

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ НЕИСПРАВНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ
Г.Ш. ЛЕВ, А.В.ФРОЛОВ

1. *Постановка задачи. Основные определения.*

Имеется набор элементов «хороших» и «плохих» с вероятностями p и $1-p$ соответственно. Для определения «плохих» элементов можно проверить любую группу элементов одновременно. Если результат проверки положительный, то все элементы «хороши». В противном случае среди проверенных есть «плохие» и определение следует продолжить.

Поэтому стратегию распознавания можно описать парой $(N; \alpha)$, где N -число элементов при первой проверке и α -функция из класса A , обладающая следующими свойствами:

- (a) $\alpha(1) = \emptyset$;
- (b) $\alpha(N) = (n_1; n_2; \dots; n_m)$, $n_i > 0$ - целые и $\sum_{i=1}^m n_i = N$, кроме того $m = k(N, \alpha)$;
- (c) $\alpha(N) = (\alpha(n_1); \alpha(n_2); \dots; \alpha(n_m))$.

Пусть $\alpha^{(i)}(N)$ - i -я итерация функции α и $R_i(N, \alpha)$ - множество различных компонент вектора $\alpha^{(i)}(N)$, $i = 1, 2, \dots, l$, $\alpha^{(l)}(N) = 1$ и

$$R(N, \alpha) = \bigcup_{i=1}^l R_i(N, \alpha).$$

Обозначим $\xi = \xi(N, \alpha)$ - число проверок до полного определения состава элементов из исходных N и

$$f(N, \alpha, p) = M\xi(N, \alpha).$$

Справедливо следующее рекуррентное соотношение

$$f(N, \alpha, p) = (m-1)p^N + p^{N-n_m} + \sum_{i=1}^m f(n_i, \alpha, p).$$

Обозначим, далее,

$$B(N, \alpha) = -f'(N, \alpha, p)|_{p=1}$$

и сформулируем

2. Основные результаты.

(a) Существует $\hat{\alpha} \in A$ такая, что

$$B(N, \hat{\alpha}) = \hat{B}(N) \leq B(N, \alpha), \quad \alpha \in A.$$

(b) $\forall(0 < p < 1) \exists(\alpha_p \in A) : f(N, \alpha_p) \leq f(N, \alpha, p), \quad \alpha \in A.$

(c) Обозначим $\beta = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$, тогда $N \log_{\beta} N \geq \hat{B}(N) \geq \frac{3}{2} N \log_2 N$;
 $B(N, \alpha) \leq N^2 - 1$, причем равенство достигается, если
 $\alpha(N) = (1; 1; \dots; 1).$

(d) $\forall(N) : k(N, \hat{\alpha}) = 2.$

(e) Определим число $N(p)$ следующим образом

$$\frac{f(N_p, \alpha_p, p)}{N_p} \leq \frac{f(N, \alpha, p)}{N}, \quad \alpha \in A.$$

(f) Если $r \in R(\alpha_p, N(p))$, то $k(\alpha_p, r) = 2.$

(g) Если $p^n + p > 2 - \frac{1}{n}$, то $N_p \geq n.$

(h) Оптимальная стратегия при $0 < p < 1$ задается парой $(N(p), \hat{\alpha}).$

Список литературы

- [1] Лев Г.Ш. *О минимизации затрат при поиске неисправных элементов.* // Вопросы математического анализа: сборник научных статей, изд-во КГТУ - 1997, т. XXXII, вып. 2, стр. 61-64.

Лев Герш Шахнович Адрес: Россия, 656099, Барнаул, пр. Ленина, 46, АлтГТУ **тел.:** (3852)36-75-92, **e-mail:** vmmm@smtp.ru

Фролов Антон Викторович Адрес: Россия, 656099, Барнаул, пр. Ленина, 46, АлтГТУ **тел.:** (3852)36-75-92, **e-mail:** vmmm@smtp.ru