# Верхняя оценка обобщенных процессов умножения

Г.Ш. Лев, А.В.Фролов

Пусть на вероятностном пространстве $(E, F, P)$ задана последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин $\{\tau_i\}_1^\infty$.

С этой последовательностью свяжем процесс $Y(t), t \geq 0$, траектории которого непрерывны справа и определяемый следующим образом:

1. $Y(0) = x > 0$;

   пусть $t_n = \sum_{i=1}^n \tau_i$, тогда при $t_n \leq t < t_{n+1}$:

   $$Y(t) = [Y(t_n) - (t - t_n)]_+$$

2. $Y_n = Y(t_n) = f(Y(t_n - 0))$,

   где $a_+$- положительная часть числа а,

   функция $f(x)$ допускает представление $f(x) = x + \varphi(x)$; причем $\varphi(0) = 0$, возрастает, выпукла и

   $$\lim_{x \to \infty} \varphi(x) = \infty,$$

   $$\lim_{x \to \infty} \frac{\varphi(x)}{x} = 0$$

Пусть $f_n(x) = f(f_{n-1}(x))$-n-кратная суперпозиция функций $f$ и $\varphi_n(x) = \varphi(f_{n-1}(x))$. Далее, рассмотрим ряд

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(\tau_n > f_{n+1}(x)), \qquad (1)$$

и случайную величину

$$\eta_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\tau_k}{\varphi_{k-1}(x)}$$

**Теорема**. Справедливо неравенство:

$$Y_n \leq [f_n(x) - \eta_n(x)\varphi_n(x)]_+;$$

если ряд (1) сходится, то

$$\frac{\eta_n(x)\varphi_n(x)}{f_n(x)} \longrightarrow_{n \to \infty} 0$$

почти наверное.

Ранее [1] была получена для $Y$ оценка снизу.

## Список литературы

[1] Лев Г.Ш. *Обобщенные процессы умножения* // Теория вероятностей и ее применения, 1987, т. XXXII, в. 4, стр. 751-760.

*Лев Герш Шахнович* **Адрес:** Россия, 656099, Барнаул, пр. Ленина, 46, АлтГТУ **тел.:** (3852)36–75–92, **e-mail:** vmmm@smtp.ru

*Фролов Антон Викторович* **Адрес:** Россия, 656099, Барнаул, пр. Ленина, 46, АлтГТУ **тел.:** (3852)36–75–92, **e-mail:** vmmm@smtp.ru