Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное агентство по образованию

Алтайский государственный технический университет им. И. И. Ползунова

Е. В. Мартынова, И. П. Мурзина, Т. М. Степанюк, А. В. Фролов

ТЕСТЫ

Математика. Варианты, решения и ответы

Методическое пособие для подготовки студентов к экзаменационному тестированию

по курсу математики за **первый** семестр

Барнаул 2007

Мартынова Е. В. ТЕСТЫ. Варианты, решения и ответы: [методическое пособие] / Е. В. Мартынова, И. П. Мурзина, Т. М. Степанюк, А. В. Фролов; Методическое пособие для подготовки студентов к экзаменационному тестированию по курсу математики за первый семестр. - Барнаул: АлтГТУ им. И. И. Ползунова, 2007 г. - 24 с.

В пособии представлены образцы тестов, использованных при проведении экзаменационного тестирования в 2006 году по курсу высшей математики за первый семестр, а также приведены решения некоторых из них. Тесты составлены в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего профессионального образования. Приведена структура тестов, даны ответы для всех представленных тестов.

Настоящее пособие предназначено для самостоятельной подготовки студентов всех технических и экономических специальностей к экзаменационному тестированию, а также будет полезно преподавателям и методистам, активно использующих в своей работе тестовый способ контроля знаний.

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры высшей математики и математического моделирования АлтГТУ

Протокол № 27 от 27. 12. 2007

Рецензенты:

Г. Н. Леонов, профессор, д. ф.-м. н., АлтГТУ, г. Барнаул

Д. В. Растягаев, доцент, к. ф.-м. н., Новый Российский Университет, г. Москва

Содержание

Введение

В настоящее время среди эффективных методов оценки образовательных достижений заметная роль отводится тестированию. Под тестированием понимается стандартизированная процедура объективного измерения образовательных достижений испытуемого или отдельных качеств его личности.

Необходимость развития тестирования связана, во–первых, со сбором информации об образовании в целях мониторинга его качества, во–вторых, с объективным оцениванием результатов обучения.

Следует также отметить, что система тестирования не может полностью заменить сложившиеся методы контроля, она лишь способствует повышению объективности, обоснованности и сопоставимости результатов. В настоящее время тестирование становится полигоном внедрения современных методов педагогических измерений.

1 Общие положения

В соответствии с действующим образовательным стандартом высшего профессионального образования АлтГТУ СТП 12560-2007 „ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ СТУДЕНТОВ“ одной из форм проведения экзамена по дисциплине является тестирование.

Основной целью тестирования является получение объективной информации об образовательных достижениях.

Эта информация может быть использована при аттестации обучающегося, оценке состояния и выявления тенденций развития системы образования, аттестации образовательного учреждения и принятии управленческих решений.

Для достижения основной цели тестирования необходимо решить следующие **задачи**:

- разрабатывать научно–обоснованный инструментарий тестирования;
- взаимодействовать с системами, проводящими мониторинг качества образования;
- внедрять методы объективного измерения в практику образования.

Выполняя поставленные задачи, тестирование будет способствовать повышению качества образования, обеспечению объективности при аттестации обучающихся, а также для достижения других целей.

2 Структура теста

Педагогический тест состоит из 20 тестовых заданий, на выполнение которых отводится 150 минут (включая заполнение специального бланка ответов). Вариант теста содержит тестовые задания закрытого (часть А) и открытого типов (часть Б). Для заданий закрытого типа характерно наличие одного правильно ответа из пяти предложенных, для заданий открытого типа ответами служат только целые числа.

Задание	Тема	Предполагаемые знания и умения	Сложность*
А1	Линейная алгебра	умение вычислять определители	0
А2	Линейная алгебра	действия с матрицами, определители	2
А3	Векторная алгебра	операция умножения вектора на число, длина вектора	0
А4	Аналитическая геометрия	уравнение прямой, положение прямой относительно плоскости	1
А5	Предел функции	предельные уравнения, неопределенности, понятие о бесконечно малых	2
А6	Функции	точки разрыва функции, значение функции	0
А7	Аналитическая геометрия	уравнение прямой с угловым коэффициентом	1
А8	Предел функции	замена переменных в предельном переходе, замечательные пределы	1
А9	Функции	замена переменных в функциях	1
А10	Векторная алгебра	скалярное, векторное и смешанное произведение векторов	1
А11	Предел функции	основные теоремы о пределах	1
А12	Аналитическая геометрия	кривые второго порядка, уравнение прямой на плоскости	2
А13	Векторная алгебра	направление вектора, вычисление определителей третьего порядка	1
Б1	Аналитическая геометрия	кривые второго порядка, задачи с параметром	2
Б2	Предел функции	вычисление пределов рациональных дробей	2
Б3	Векторная алгебра	коллинеарность векторов	0
Б4	Векторная алгебра	условие ортогальности векторов	1
Б5	Предел функции	замечательные пределы	0
Б6	Векторная алгебра	задачи по планиметрии	0
Б7	Аналитическая геометрия	симметричность объектов	2

$*$ - здесь 0 - легкое задание, 1 - задание средней сложности, 2 - задача повышенной сложности.

3 Вариант № 1 с решением

А) ОТМЕТЬТЕ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА В БЛАНКЕ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
А1. Наибольшее целое K, при котором определитель $\begin{vmatrix} 2 & K \\ 7 & K\text{-}1 \end{vmatrix}$ принимает неотрицательные значения, равно	1) -2 2) -1 3) 0 4) 1 5) 2
А2. Если А=$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, В=$\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, тогда определитель матрицы $(A^{-1}\cdot B)^T$ равен	1) $-\frac{9}{2}$ 2) $-\frac{2}{9}$ 3) 9 4) $\frac{2}{9}$ 5) $\frac{9}{2}$
А3. Если вектор $\overrightarrow{p}$ направлен противоположно вектору $\overrightarrow{q}(18;\,-24;\,-36)$ и $\lvert\overrightarrow{p}\rvert=\sqrt{61}$, то сумма координат вектора $\overrightarrow{p}$ равна	1) 5 2) 7 3) 9 4) 11 5) 13
А4. Основанием перпендикуляра, опущенного из точки $A(1;-2;3)$ на плоскость $2x-y+3z+1=0$, является тройка чисел	1) $(-1;5;2)$ 2) $(-1;-1;0)$ 3) $(-1;2;1)$ 4) $(1;-3;-2)$ 5) $(0;1;0)$
А5. Найдите сумму $\alpha+2\beta$, если параметры α,β удовлетворяют уравнению $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\alpha x-\beta)=0$	1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) -2
А6. Значение $f(R-3)$, где R - число точек разрыва функции $f(x)=\dfrac{2x-1}{1-x+\sqrt{2x^2-3x-5}}$, равно	1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) $-\frac{3}{2}$ 4) $\frac{5}{6}$ 5) $-\frac{5}{6}$
А7. Уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $7x-5y+3=0$, $-x+3y-5=0$, перпендикулярной вектору $\overrightarrow{N}(1;-2)$, имеет вид	1) $x-5y+9=0$ 2) $2x+y-4=0$ 3) $x-3y+5=0$ 4) $x-y+1=0$ 5) $x-2y+3=0$
А8. Результат вычисления предела $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin 6x}{\sin 3x}$ равен	1) -2 2) -1 3) 2 4) $-\frac{1}{2}$ 5) $\frac{1}{2}$
А9. Если $f(x)=\dfrac{4x+1}{2x-5}$, то $f(x+2)-f(x+3)$ при $x=\dfrac{1}{2}\sin\varphi$ приводится к виду	1) $\dfrac{22}{\cos^2\varphi}$ 2) $\dfrac{11sin\varphi+1}{\cos^2\varphi}$ 3) $-\dfrac{11sin\varphi}{\cos^2\varphi}$ 4) $-\dfrac{22}{\cos^2\varphi}$ 5) $\dfrac{11sin\varphi}{\cos^2\varphi}$
А10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ из общего начала, равен 144 см^3 . Если $\lvert\overrightarrow{a}\rvert=6$ см, $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$ и $\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$, тогда длина (в см) диагонали параллелепипеда равна	1) $2\sqrt{41}$ 2) $2\sqrt{43}$ 3) $2\sqrt{46}$ 4) 14 5) $2\sqrt{51}$
А11. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{4x+7}{2x+3}\right)^{4-x}$	1) 0 2) 1 3) 16e 4) 8e 5) $+\infty$
А12. Прямая, проходящая через фокус (с положительной абсциссой) кривой $4x^2-8x+9y^2+36y+4=0$ параллельно прямой $y=x$, имеет вид	1) $y=x-3-\sqrt5$ 2) $y=x-3+\sqrt5$ 3) $y=x+3-\sqrt5$ 4) $y=-x-3-\sqrt5$ 5) $y=-x-3+\sqrt5$
А13. Если α,β,γ - косинусы углов вектора $\overrightarrow{a}(8;8;-4)$ с осями координат, тогда значение определителя $\begin{vmatrix} 1 & \beta & \alpha \\ -\beta & 1 & \gamma \\ \alpha & \gamma & -1 \end{vmatrix}$ равно	1) -2 2) -1 3) 0 4) 1 5) 2

Б) НАПИШИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ В НИЖНЕЙ ЧАСТИ БЛАНКА ОТВЕТОВ

Б1. Укажите количество целых чисел K, при которых уравнение $Ky^2-2K^2x^2+8K^2x-16K^2+8K+48=0$ *задает эллипс*

Б2. Если x стремится к 1 , тогда число, к которому стремится выражение $\dfrac{x^4+2x^2-3}{x^2-3x+2}$, *равно*

Б3. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-6;2;5)$ и $\overrightarrow{AC}(\alpha;6;\beta)$. *Если точки A, B, C лежат на одной прямой, то сумма* $\alpha+\beta$ *равна*

Б4. Найдите произведение всех чисел λ, *при которых векторы* $\overrightarrow{p}(\lambda;-3;5)$ и $\overrightarrow{q}(\lambda;2;\lambda)$ *ортогональны*

Б5. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-e^{-10x}}{x}$

Б6. Векторы $\overrightarrow{AB}(8;8;4)$ и $\overrightarrow{AD}(9;6;3)$ *являются сторонами параллелограмма ABCD. Найдите сумму квадратов диагоналей параллелограмма*

Б7. Укажите значение параметра m, при котором точки $(9;5;8)$ и $(-3;7;2)$ *симметричны относительно плоскости* $6x-y+3z=m$

Задание A1. Так как определитель принимает неотрицательные значения, тогда значение определителя удовлетворяет неравенству $\begin{vmatrix} 2 & K \\ 7 & K\text{-}1 \end{vmatrix} \geq 0$. Раскрывая определитель в левой части неравенства, получим

$$2K - 2 - 7K \geq 0$$

Решая последнее неравенство находим, что $K \leq -\frac{2}{5}$. Отсюда заключаем, что наибольшее целое число K, удовлетворяющее последнему условию равно -1.

Ответ: 2) -1

Задание A2. При решении данного задания, рекомендуется применять свойства матриц и определителей.

Рассмотрим определитель матрицы $(A^{-1} \cdot B)^T$:

$$|(A^{-1} \cdot B)^T| = |(A^{-1} \cdot B)|$$

Это следует из того, что для любой квадратной матрицы C справедливо: $|C^T| = |C|$, где ^{T}-операция транспонирования. Далее, используя теорему об определителе произведения матриц, получим

$$|(A^{-1} \cdot B)| = |A^{-1}| \cdot |B| = \frac{1}{|A|} \cdot |B|$$

Для матриц A и B находим их определители $|A| = -2$ и $|B| = -9$. Окончательно, имеем

$$|(A^{-1} \cdot B)^T| = \frac{1}{|A|} \cdot |B| = \frac{9}{2}$$

Ответ: 5) $\frac{9}{2}$

Задание A3. Векторы $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ противоположно направлены, следовательно $\overrightarrow{p} = \lambda\overrightarrow{q}$, причем $\lambda < 0$. Справедливо равенство

$$|\overrightarrow{p}| = \lambda|\overrightarrow{q}|,$$

или

$$|\overrightarrow{p}|^2 = \lambda^2|\overrightarrow{q}|^2$$

Вычисляем длину вектора $|\overrightarrow{q}| = \sqrt{(18)^2 + (-24)^2 + (-36)^2} = 6\sqrt{61}$. Подставляем в последнее равенство и получаем, что

$$(\sqrt{61})^2 = \lambda^2(6\sqrt{61})^2$$

Откуда $\lambda = \pm\frac{1}{6}$. Так как $\lambda < 0$, принимаем $\lambda = -\frac{1}{6}$. Умножая координаты вектора $\overrightarrow{q}$ на λ, получим $\overrightarrow{p}(-3; 4; 6)$. Подсчитываем сумму координат вектора $\overrightarrow{p}$ и выбираем

Ответ: 2) 7

Задание A4. Основанием перпендикуляра, опущенного из точки A на некоторую плоскость, является точка пересечения перпендикуляра и плоскости. Составляем уравнение перпендикуляра. Для этого понадобится точка $A(1; -2; 3)$ и нормальный вектор $\overrightarrow{N}(2; -1; 3)$ плоскости $2x - y + 3z + 1 = 0$, являющийся направляющим вектором перпендикуляра:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{3} = t$$

Переходя к параметрическим уравнениям перпендикуляра, составляем систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - y + 3z + 1 = 0, \\ x = 2t + 1, \\ y = -t - 2, \\ z = 3t + 3 \end{cases}$$

Решая систему относительно x, y, z посредством вспомогательного параметра t, находим точку пересечения плоскости и перпендикуляра: $(-1; -1; 0)$.

Ответ: 2) $(-1; -1; 0)$

Задание А5. Рассмотрим предельное уравнение:

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\alpha x-\beta)=0$$

Левая часть уравнения представляет собой неопределенность вида $\infty-\infty$. Попытаемся избавиться от этой неопределенности умножив и поделив левую часть уравнения на выражение $(\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta)$.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(\sqrt{x^2+x+1}-\alpha x-\beta)(\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta)}{\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta}=0$$

Упрощая, получаем

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+1-\alpha^2x^2-2\alpha\beta x-\beta^2}{\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta}=0$$

Приводя подобные, можно записать

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(1-\alpha^2)x^2+(1-2\alpha\beta)x+1-\beta^2}{\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta}=0$$

Левая часть уравнения в том случае равна нулю, когда

$$\begin{cases} 1-\alpha^2=0, \\ 1-2\alpha\beta=0, \\ \alpha>0 \end{cases}$$

Последнее условие подчеркивает наличие имеющейся неопределенности $\infty-\infty$. Решая систему уравнений, имеем: $\alpha=1$, $\beta=\dfrac{1}{2}$. Окончательно, находим значение $\alpha+2\beta$ и выбираем

Ответ: 3) 2

Задание А6. Рассмотрим функцию:

$$f(x)=\frac{2x-1}{1-x+\sqrt{2x^2-3x-5}}$$

Под точками разрыва функции следует понимать такие точки, в которых функция теряет свой смысл. Таким образом следует указать случаи:

$$1-x+\sqrt{2x^2-3x-5}=0,$$

Решим уравнение:

$$1-x+\sqrt{2x^2-3x-5}=0,$$
$$\sqrt{2x^2-3x-5}=x-1,$$
$$2x^2-3x-5=x^2-2x+1,$$
$$x^2-x-6=0,$$

Находим корни этого уравнения: $x_1=-2$, $x_2=3$. Теперь проверяем, удовлетворяют ли найденные корни исходному уравнению подставляя поочередно корни уравнения $x^2-x-6=0$ в уравнение $1-x+\sqrt{2x^2-3x-5}=0$,. На этом основании делаем вывод, что точкой разрыва функции является $x=3$, тогда $R=1$.

Вычисляем значение функции

$$f(-2)=\frac{2(-2)-1}{1-(-2)+\sqrt{2(-2)^2-3(-2)-5}}=-\frac{5}{6}$$

Ответ: 5) $-\dfrac{5}{6}$

Задание А7. Уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(x_0;y_0)$ перпендикулярно вектору $\overrightarrow{N}(A;B) = (1;-2)$, имеет вид

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$$

Точка $M_0(x_0;y_0)$ является точкой пересечения прямых $7x-5y+3=0$, $-x+3y-5=0$. Составляем систему данных двух уравнений:

$$\begin{cases} 7x-5y+3=0, \\ -x+3y-5=0 \end{cases}$$

Решив систему уравнений, получим $M_0(1;2)$. Записываем уравнение искомой прямой:

$$1(x-1)-2(y-2)=0,$$

$$x-2y+3=0$$

Ответ: 5) $x-2y+3=0$

Задание А8. Вычисляем предел

$$\lim_{x\to\ \pi}\frac{\sin 6x}{\sin 3x}=\lim_{x-\pi\to 0}\frac{\sin 6x}{\sin 3x}=|y=x-\pi|=\lim_{y\to\ 0}\frac{\sin 6(y+\pi)}{\sin 3(y+\pi)}=\lim_{y\to\ 0}\frac{\sin 6y}{-\sin 3y}=-\lim_{y\to\ 0}\frac{6y\dfrac{\sin 6y}{6y}}{3y\dfrac{\sin 3y}{3y}}=$$

$$=\left|\lim_{\alpha\to\ 0}\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1\right|\Longrightarrow-\lim_{y\to\ 0}\frac{6y}{3y}=-2$$

Ответ: 1) -2

Задание А9. Рассмотрим функцию $f(x)=\dfrac{4x+1}{2x-5}$. Упрощаем выражение:

$$f(x+2)-f(x+3)=\frac{4(x+2)+1}{2(x+2)-5}-\frac{4(x+3)+1}{2(x+3)-5}=\frac{4x+9}{2x-1}-\frac{4x+13}{2x+1}=\frac{(4x+9)(2x+1)-(4x+13)(2x-1)}{4x^2-1}=$$

$$=\frac{22}{4x^2-1}$$

Учитывая, что $x=-\dfrac{1}{2}\sin\varphi$, окончательно получим

Ответ: 4) $-\dfrac{22}{\cos^2\varphi}$

Задание А10. Объем параллелепипеда можно определить как смешанное произведение трех векторов $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$, то есть

$$V=\overrightarrow{a}\overrightarrow{b}\overrightarrow{c}$$

Условия $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$, $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$ позволяют сделать вывод о том, что

$$\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}\perp\overrightarrow{c},$$

$$|\overrightarrow{c}|=|\overrightarrow{a}|\cdot|\overrightarrow{b}|\cdot\sin\frac{\pi}{2}=|\overrightarrow{a}|\cdot|\overrightarrow{b}|$$

В силу этого, можно записать

$$V=|\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}||\overrightarrow{c}|=|\overrightarrow{c}|^2$$

Откуда $|\overrightarrow{c}|=12$ см. Также находим, что $|\overrightarrow{b}|=2$ см. Длина диагонали параллелепипеда равна $\sqrt{|a|^2+|b|^2+|c|^2}$, то есть $\sqrt{6^2+2^2+12^2}=2\sqrt{46}$ см.

Ответ: 3) $2\sqrt{46}$

Задание А11. Вычислим предел

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{4x+7}{2x+3}\right)^{4-x}=\left(\frac{\infty}{\infty}\right)^{-\infty}=\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{4x+7}{2x+3}\right)^{\lim\limits_{x\to+\infty}(4-x)}=\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{4+\dfrac{7}{x}}{2+\dfrac{3}{x}}\right)^{\lim\limits_{x\to+\infty}(4-x)}=2^{-\infty}=0$$

Ответ: 1) 0

Задание А12. В задании требуется составить уравнение прямой, проходящей через точку параллельно прямой $y=x$, то есть уравнение надо искать в виде

$$y-y_0=k(x-x_0)$$

Учитывая параллельность прямых $y=x$, $y-y_0=k(x-x_0)$, найдем $k=1$. Точка, через которую проходит искомая прямая, является фокусом кривой, поэтому найдем координаты фокуса

$$4x^2-8x+9y^2+36y+4=0,$$

$$4(x^2-2x+1-1)+9(y^2+4y+4-4)+4=0,$$

$$4(x-1)^2+9(y+2)^2=36,$$

$$\frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$$

Искомый фокус является фокусом эллипса с центром в точке $(1;-2)$ и полуосями равными $a=3$ и $b=2$. Найдем межфокусное полурасстояние эллипса $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5}$. Окончательно запишем координаты фокусов: $(1-\sqrt{5};-2)$, $(1+\sqrt{5};-2)$. Поусловию задачи прямую нужно провести через фокус с положительной асциссой, то есть выбираем $(1+\sqrt{5};-2)$.

Окончательно, запишем уравнение прямой

$$y+2=1(x-(1+\sqrt{5})),$$

$$y=x-3-\sqrt{5}$$

Ответ: 1) $y=x-3-\sqrt{5}$

Задание А13. Вычислим определитель разложением по элементам первой строки

$$\begin{vmatrix}1&\beta&\alpha\\-\beta&1&\gamma\\\alpha&\gamma&-1\end{vmatrix}=1\begin{vmatrix}1&\gamma\\\gamma&-1\end{vmatrix}-\beta\begin{vmatrix}-\beta&\gamma\\\alpha&-1\end{vmatrix}+\alpha\begin{vmatrix}-\beta&1\\\alpha&\gamma\end{vmatrix}=(-1-\gamma^2)-\beta(\beta-\alpha\gamma)+\alpha(-\beta\gamma-\alpha)=-1-\alpha^2-\beta^2-\gamma^2=-2$$

Значение определителя не зависит от направляющих косинусов, поэтому выбираем

Ответ: 1) -2

Задание Б1. Приведем исходное уравнение к каноническому виду путем выделения полных квадратов

$$Ky^2-2K^2x^2+8K^2x-16K^2+8K+48=0,$$

$$Ky^2-2K^2(x^2-4x+4-4)-16K^2+8K+48=0,$$

$$Ky^2-2K^2(x-2)^2-8K^2+8K+48=0,$$

$$Ky^2-2K^2(x-2)^2=8K^2-8K-48,$$

$$2K^2(x-2)^2-Ky^2=48+8K-8K^2,$$

$$\frac{2K^2(x-2)^2}{48+8K-8K^2}+\frac{-Ky^2}{48+8K-8K^2}=1,$$

Последнее уравнение тогда является каноническим уравнением эллипса, когда

$$\begin{cases} 48 + 8K - 8K^2 > 0, \\ K < 0 \end{cases}$$

Решая неравенство второй степени, находим, что

$$-2 < K < 3$$

Так как $K < 0$, находим единственное $K = -1$, поэтому количество целых K равно 1.

Ответ: 1

Задание Б2. Вычисляем предел

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^4+2x^2-3}{x^2-3x+2}\right) = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x\to 1}\frac{(x^4+2x^2+1)-4}{x^2-3x+2} = \lim_{x\to 1}\frac{(x^2+1)^2-4}{x^2-3x+2} = \lim_{x\to 1}\frac{(x^2+3)(x^2-1)}{(x-1)(x-2)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{(x^2+3)(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x\to 1}\frac{(x^2+3)(x+1)}{(x-2)} = \frac{8}{1-2} = -8$$

Ответ: -8

Задание Б3. По условию задачи известно, что точки A, B и C лежат на одной прямой, то есть векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ коллинеарны. Из условия коллинеарности векторов следует пропорциональность их соответствующих координат, то есть

$$\frac{-6}{\alpha} = \frac{2}{6} = \frac{5}{\beta}$$

Решая данные пропорции, получаем, что $\alpha = -18$, $\beta = 15$; следовательно $\alpha + \beta = -3$.

Ответ: -3

Задание Б4. Векторы $\overrightarrow{p}(\lambda; -3; 5)$ и $\overrightarrow{q}(\lambda; 2; \lambda)$ ортогональны тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{q} = 0$, то есть

$$(\lambda; -3; 5) \cdot (\lambda; 2; \lambda) = \lambda^2 + 5\lambda - 6 = 0$$

Корнями этого уравнения служат 1 и -6, поэтому их произведение равно -6.

Ответ: -6

Задание Б5. Вычисляем предел

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-e^{-10x}}{x} = \left|\lim_{\alpha\to 0}\frac{e^{\alpha}-1}{\alpha} = 1\right| = \lim_{x\to 0}\frac{e^{3x}-1-(e^{-10x}-1)}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{3(e^{3x}-1)}{3x} - \lim_{x\to 0}\frac{-10(e^{-10x}-1)}{-10x} = 13$$

Ответ: 13

Задание Б6. Необходимо вычислить сумму квадратов длин диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{AB}(8;8;4)$, $\overrightarrow{AD}(9;6;3)$ как на сторонах. Поэтому находим векторы, на которых построены диагонали. Одна диагональ является суммой, а другая - разностью векторных сторон параллелограмма. Поэтому диагональ $\overrightarrow{AC}(17;14;7)$, $\overrightarrow{BD}(1;-2;-1)$ Тогда сумма квадратов длин диагоналей равна

$$|\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{BD}|^2 = (17^2 + 14^2 + 7^2) + (1^2 + (-2)^2 + (-1)^2) = 540$$

Ответ: 540

Задание Б7. Точки M, N симметричны относительно плоскости, если они отдалены от нее на одинаковом расстоянии и прямая MN ортогональна данной плоскости. Расстояние от точки $M(9;5;8)$ до плоскости $6x-y+3z=m$ равно

$$d_M=\frac{|6\cdot 9-1\cdot 5+3\cdot 8-m|}{\sqrt{6^2+(-1)^2+3^2}}=\frac{|73-m|}{\sqrt{46}}$$

Расстояние d_N вычисляется аналогично

$$d_N=\frac{|6\cdot(-3)-1\cdot 7+3\cdot 2-m|}{\sqrt{6^2+(-1)^2+3^2}}=\frac{|19+m|}{\sqrt{46}}$$

Так как точки M, N предполагаются симметричными, то

$$d_M=d_N,$$

$$|73-m|=|19+m|,$$

Пусть $m<-19$, тогда $73-m=-(19+m)$, 92=0, откуда следует, что модульное уравнение не имеет решений.

Пусть $-19\leq m<73$, тогда $73-m=19+m$, 2m=54, откуда следует, что модульное уравнение имеет единственный корень, равный 27.

Пусть $m\geq 73$, тогда $-(73-m)=19+m$, -92=0, откуда следует, что модульное уравнение не имеет решений.

Окончательно, записываем

Ответ: 27

4 Вариант № 2 с решением

А) ОТМЕТЬТЕ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА В БЛАНКЕ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
А1. Сумма целых K, при которых значение определителя $\begin{vmatrix} K\text{-}1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$ по модулю не превосходит 5, равна	1) 1 2) 2 3) 0 4) 4 5) 6
А2. Если A=$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, тогда определитель матрицы $(A^{-1}\cdot B)^{-2}$ равен	1) $-\frac{1}{4}$ 2) $-\frac{1}{2}$ 3) 4 4) $\frac{1}{2}$ 5) -4
А3. Если вектор $\overrightarrow{p}$ направлен противоположно вектору $\overrightarrow{q}(-4;\,10;\,2)$ и $\lvert\overrightarrow{p}\rvert=\sqrt{30}$, то произведение координат вектора $\overrightarrow{p}$ равно	1) -10 2) -5 3) -2 4) 8 5) 10
А4. Основанием перпендикуляра, опущенного из точки $A(1;3;-5)$ на прямую $x-4=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-11}{4}$, является тройка чисел	1) $(4;-2;11)$ 2) $(5;1;15)$ 3) $(6;4;19)$ 4) $(2;-8;3)$ 5) $(3;-5;8)$
А5. Найдите сумму $\alpha+2\beta$, если параметры α,β удовлетворяют уравнению $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\alpha x-\beta)=0$	1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) -2
А6. Значение $f(R+2)$, где R - число точек разрыва функции $f(x)=\dfrac{4x+2}{1-x+\sqrt{2x^2-3x-1}}$, равно	1) $7(\sqrt{2}+1)$ 2) $\frac{9}{5}(\sqrt{19}+3)$ 3) $\frac{18}{5}(\sqrt{19}-3)$ 4) $\frac{11}{9}(\sqrt{34}+4)$ 5) $28(\sqrt{2}+1)$
А7. Уравнение прямой, проходящей через точки касания кривой $x^2+y^2-8x+8y+16=0$ с осями координат, имеет вид	1) $x-y=4$ 2) $x-y=2$ 3) $x-y=8$ 4) $y-x=4$ 5) $y-x=2$
А8. Результат вычисления предела $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cot 2x}{\sin 8x}$ равен	1) $\frac{1}{2}$ 2) $-\frac{1}{2}$ 3) -4 4) $-\frac{1}{4}$ 5) $\frac{1}{4}$
А9. Если $f(x)=\dfrac{2x-3}{x-4}$, то $f(x^2)-f(x+2)$ при $x=-2\cos\varphi$ приводится к виду	1) $\dfrac{2\cos\varphi-1}{4\sin^2\varphi}$ 2) $\dfrac{1-10\cos\varphi}{4\sin^2\varphi}$ 3) $\dfrac{5-10\cos\varphi}{4\sin^2\varphi}$ 4) $-\dfrac{1-10\cos\varphi}{4\sin^2\varphi}$ 5) $-\dfrac{5(1-2\cos\varphi)}{4\sin^2\varphi}$
А10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ из общего начала, равен 100 см^3 . Если $\lvert\overrightarrow{a}\rvert=4$ см, $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$ и $\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$, то площадь поверхности (в см^2) параллелепипеда равна	1) 130 2) 140 3) 150 4) 160 5) 100
А11. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{5x}{11+3x}\right)^{\frac{1}{x}}$	1) 0 2) 1 3) 16e 4) 8e 5) $+\infty$
А12. Прямая, проходящая через вершину параболы $y=x^2-4x-5$, перпендикулярно прямой $2x-3y=6$, имеет вид	1) $3y-2x=17$ 2) $y=x-11$ 3) $2y+3x=7$ 4) $2y+3x=-12$ 5) $3y-2x=-31$
А13. Если α,β,γ - косинусы углов вектора $\overrightarrow{a}(1;2;-2)$ с осями координат, тогда значение определителя $\begin{vmatrix} -1 & \alpha & -\beta \\ \alpha & 0 & \gamma \\ \beta & \gamma & -1 \end{vmatrix}$ равно	1) $\frac{4}{9}$ 2) $\frac{2}{9}$ 3) 2 4) 1 5) $\frac{5}{9}$

Б) НАПИШИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ В НИЖНЕЙ ЧАСТИ БЛАНКА ОТВЕТОВ

Б1. Укажите сумму целых чисел K, при которых уравнение $y^2+3Kx^2-6Kx-K^2-2K=0$ *задает пару ортогональных прямых*

Б2. Если x стремится к 2 , тогда число, к которому стремится выражение $\dfrac{x^4+3x^2-28}{x^2-3x+2}$, *равно*

Б3. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(\alpha;-10;\beta)$ и $\overrightarrow{AC}(3;2;4)$. *Если точки A, B, C лежат на одной прямой, то сумма* $\alpha+\beta$ *равна*

Б4. Найдите сумму всех чисел λ, *при которых векторы* $\overrightarrow{p}(\lambda^2;\lambda;-4)$ и $\overrightarrow{q}(1;\lambda;\lambda+1)$ *ортогональны*

Б5. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(5^{7x})}{5^x-1}$

Б6. Векторы $\overrightarrow{AB}(1;-2;-2)$ и $\overrightarrow{AD}(0;-4;3)$ *являются сторонами параллелограмма ABCD. Найдите периметр параллелограмма*

Б7. Укажите значение параметра m, при котором точки $(1;-3;2)$ и $(5;7;6)$ *симметричны относительно плоскости* $2x+5y+2z=m$

Задание А1. Вычислим определитель $\begin{vmatrix} K\text{-}1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3K - 3 - 2 = 3K - 5$. Так как значение определителя по модулю не превосходит 5, то запишем модульное неравенство

$$|3K - 5| \leq 5$$

Решая это неравенство находим: $0 \leq K \leq \dfrac{10}{3}$. Отсюда заключаем, что сумма целых чисел K, удовлетворяющих последнему условию равно 0+1+2+3=6.

Ответ: 5) 6

Задание А2. При решении данного задания, рекомендуется применять свойства матриц и определителей. Рассмотрим определитель матрицы $(A^{-1} \cdot B)^{-2}$:

$$|(A^{-1} \cdot B)^{-2}| = |(A^{-1} \cdot B)^2|^{-1} = \frac{1}{|(A^{-1} \cdot B)|^2} = \frac{1}{(|A^{-1}| \cdot |B|)^2} = \frac{1}{|A^{-1}|^2 \cdot |B|^2} = \frac{|A|^2}{|B|^2}$$

Это следует из того, что для любой квадратной матрицы С справедливо: $|C^{-1}| = \dfrac{1}{|C|}$, где $^{-1}$-операция обращения. Для матриц A и B находим их определители $|A| = 10$ и $|B| = 5$. Окончательно, имеем

$$|(A^{-1} \cdot B)^{-2}| = \frac{|A|^2}{|B|^2} = \frac{10^2}{5^2} = 4$$

Ответ: 3) 4

Задание А3. Векторы $\overrightarrow{p}$ и $\overrightarrow{q}$ противоположно направлены, следовательно $\overrightarrow{p} = \lambda\overrightarrow{q}$, причем $\lambda < 0$. Справедливо равенство

$$|\overrightarrow{p}| = \lambda|\overrightarrow{q}|,$$

или

$$|\overrightarrow{p}|^2 = \lambda^2|\overrightarrow{q}|^2$$

Вычисляем квадрат длины вектора $|\overrightarrow{q}| = (-4)^2 + (10)^2 + (2)^2 = 120$. Подставляем в последнее равенство и получаем:

$$(\sqrt{30})^2 = \lambda^2 \cdot 120$$

Откуда $\lambda^2 = \pm\dfrac{1}{4}$. Так как $\lambda < 0$, принимаем $\lambda = -\dfrac{1}{2}$. Умножая координаты вектора $\overrightarrow{q}$ на λ, получим $\overrightarrow{p}(2; -5; -1)$. Подсчитываем произведение координат вектора $\overrightarrow{p}$ и выбираем

Ответ: 5) 10

Задание А4. Основанием перпендикуляра, опущенного из точки А на некоторую прямую, является точка пересечения перпендикуляра и прямой. Составляем уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1; 3; -5)$ ортогонально направляющему вектору прямой $x - 4 = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-11}{4}$:

$$1(x-1) + 3(y-3) + 4(z+5) = 0,$$

$$x + 3y + 4z + 10 = 0$$

Теперь основанием перпендикуляра, опущенного из точки $A(1; 3; -5)$ на прямую $x - 4 = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-11}{4}$, будет точка пересечения плоскости $x + 3y + 4z + 10 = 0$ и прямой $x - 4 = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-11}{4}$.

$$x - 4 = \frac{y+2}{3} = \frac{z-11}{4} = t$$

Переходя к параметрическим уравнениям прямой, составляем систему уравнений

$$\begin{cases} x + 3y + 4z + 10 = 0, \\ x = t + 4, \\ y = 3t - 2, \\ z = 4t + 11 \end{cases}$$

Решая систему относительно x, y, z посредством вспомогательного параметра t, находим точку пересечения плоскости и перпендикуляра: $(6; 4; 19)$.

Ответ: 3) $(6; 4; 19)$

Задание А5. Рассмотрим предельное уравнение:

$$\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\alpha x-\beta)=0$$

Левая часть уравнения представляет собой неопределенность вида $\infty-\infty$. Попытаемся избавиться от этой неопределенности умножив и поделив левую часть уравнения на выражение $(\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta)$.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(\sqrt{x^2+x+1}-\alpha x-\beta)(\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta)}{\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta}=0$$

Упрощая, получаем

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+x+1-\alpha^2x^2-2\alpha\beta x-\beta^2}{\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta}=0$$

Или приводя подобные, можно записать

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(1-\alpha^2)x^2+(1-2\alpha\beta)x+1-\beta^2}{\sqrt{x^2+x+1}+\alpha x+\beta}=0$$

Левая часть уравнения в том случае равна нулю, когда

$$\begin{cases}1-\alpha^2=0,\\1-2\alpha\beta=0,\\\alpha>0\end{cases}$$

Последнее условие подчеркивает наличие имеющейся неопределенности $\infty-\infty$. Решая систему уравнений, имеем: $\alpha=1$, $\beta=\frac{1}{2}$. Окончательно, находим значение $\alpha+2\beta$ и выбираем

Ответ: 3) 2

Задание А6. Рассмотрим функцию:

$$f(x)=\frac{4x+2}{1-x+\sqrt{2x^2-3x-1}}$$

Под точками разрыва функции следует понимать такие точки, в которых функция теряет свой смысл. Несомненно, таким случаем будет:

$$1-x+\sqrt{2x^2-3x-1}=0,$$

Решим уравнение:

$$1-x+\sqrt{2x^2-3x-1}=0,$$
$$\sqrt{2x^2-3x-1}=x-1,$$
$$2x^2-3x-1=x^2-2x+1,$$
$$x^2-x-2=0,$$

Находим корни этого уравнения: $x_1=-1$, $x_2=2$. Теперь проверяем, удовлетворяют ли найденные корни исходному уравнению, подставляя поочередно корни уравнения $x^2-x-2=0$ в уравнение $1-x+\sqrt{2x^2-3x-1}=0$,. На этом основании делаем вывод, что точкой разрыва функции служит $x=2$, то есть $R=1$.

Окончательно, находим

$$f(R+2)=f(3)=\frac{4\cdot3+2}{1-3+\sqrt{2(3)^2-3\cdot3-1}}=\frac{14}{-2+2\sqrt{2}}=\frac{7}{\sqrt{2}-1}=7(\sqrt{2}+1)$$

Ответ: 1) $7(\sqrt{2}+1)$

Задание А7. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(a;0)$, $B(0;b)$, имеет вид

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1,$$

где a, b - отрезки, отсекаемые прямой на осях абсцисс и ординат соответственно.

Поочередно находим a, b:

$$\begin{cases} x^2+y^2-8x+8y+16=0, \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-8x+16=0, \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-4)^2=0, \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4, \\ y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2-8x+8y+16=0, \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2+8y+16=0, \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (y+4)^2=0, \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-4, \\ x=0 \end{cases}$$

Так мы определили $a=4$, $b=-4$

Окончательно, уравнение искомой прямой будет иметь вид:

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{-4}=1,$$

или,

$$x-y=4.$$

Ответ: 1) $x-y=4$

Задание А8. Вычисляем предел

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cos 2x}{\sin 8x}=\lim_{x-\frac{\pi}{4}\to 0}\frac{\cos 2x}{\sin 8x}=\left|y=x-\frac{\pi}{4}\to 0\right|=\lim_{y\to 0}\frac{\cos 2(y+\frac{\pi}{4})}{\sin 8(y+\frac{\pi}{4})}=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(2y+\frac{\pi}{2}\right)}{\sin(8y+2\pi)}=-\lim_{y\to 0}\frac{2y\dfrac{\sin 2y}{2y}}{8y\dfrac{\sin 8y}{8y}}=$$

$$=\left|\lim_{\alpha\to 0}\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1\right|\Longrightarrow -\lim_{y\to 0}\frac{2y}{8y}=-\frac{1}{4}$$

Ответ: 4) $-\dfrac{1}{4}$

Задание А9. Рассмотрим функцию $f(x)=\dfrac{2x-3}{x-4}$. Упрощаем выражение:

$$f(x^2)-f(x+2)=\frac{2x^2-3}{x^2-4}-\frac{2(x+2)-3}{(x+2)-4}=\frac{2x^2-3}{(x-2)(x+2)}-\frac{2x+1}{(x-2)}=\frac{(2x^2-3)-(2x+1)(x+2)}{x^2-4}=$$

$$=\frac{-5(x+1)}{x^2-4}$$

Учитывая, что $x=-2\cos\varphi$, окончательно получим

Ответ: 5) $-\dfrac{5(1-2cos\varphi)}{4\sin^2\varphi}$

Задание А10. Объем параллелепипеда можно определить как смешанное произведение трех векторов $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$, то есть

$$V=\overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b}\,\overrightarrow{c}$$

Условия $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$, $\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}=\overrightarrow{c}$ позволяют сделать вывод о том, что

$$\overrightarrow{a}\perp\overrightarrow{b}\perp\overrightarrow{c},$$

$$|\overrightarrow{c}| = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{b}| \cdot \sin\frac{\pi}{2} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{b}|$$

В силу этого, можно записать

$$V = |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}||\overrightarrow{c}| = |\overrightarrow{c}|^2$$

Откуда $|\overrightarrow{c}| = 10$ см. Также находим $|\overrightarrow{b}| = \frac{5}{2}$ см. Площадь поверхности параллелепипеда равна

$$2S_1 + 2S_2 + 2S_3,$$

где S_1 - площадь основания, S_2, S_3 - площади боковых поверхностей параллелепипеда, то есть

$$S_1 = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{b}| = 4 \cdot \frac{5}{2} = 10,$$

$$S_2 = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{c}| = 4 \cdot 10 = 40,$$

$$S_3 = |\overrightarrow{b}| \cdot |\overrightarrow{c}| = \frac{5}{2} \cdot 10 = 25$$

Ответ: 3) 150 см^2

Задание А11. Вычислим предел

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{5x}{11+3x}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right)^0 = \left(\lim_{x\to+\infty}\frac{5x}{11+3x}\right)^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}\right)} = \left(\lim_{x\to+\infty}\frac{5}{\frac{11}{x}+3}\right)^{\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}\right)} = \left(\frac{5}{3}\right)^0 = 1$$

Ответ: 2) 1

Задание А12. В задании требуется составить уравнение прямой, проходящей через вершину параболы $y = x^2 - 4x - 5$ перпендикулярно прямой $2x - 3y = 6$, то есть уравнение надо искать в виде

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

Учитывая перпендикулярность прямых $2x - 3y = 6$, $y - y_0 = k(x - x_0)$, найдем $k = -\frac{3}{2}$. Точка, через которую проходит искомая прямая, является вершиной параболы, поэтому найдем координаты этой вершины:

$$y = x^2 - 4x - 5,$$

$$y = (x-2)^2 - 9,$$

$$y + 9 = (x-2)^2.$$

Искомый вершина имеет координаты $(2; -9)$. Окончательно, запишем уравнение прямой

$$y + 9 = -\frac{3}{2}(x-2),$$

$$3x + 2y + 12 = 0$$

Ответ: 4) $3x + 2y + 12 = 0$

Задание А13. Вычислим определитель разложением по элементам первой строки

$$\begin{vmatrix} -1 & \alpha & -\beta \\ \alpha & 0 & \gamma \\ \beta & \gamma & -1 \end{vmatrix} = 0 + \alpha\beta\gamma - \alpha\beta\gamma - 0 + \alpha^2 + \gamma^2 = \alpha^2 + \gamma^2$$

Вычисляем направляющие косинусы:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{3},$$

$$\gamma = \frac{-2}{\sqrt{(1)^2+(2)^2+(-2)^2}} = -\frac{2}{3},$$

Тогда,

$$\alpha^2+\gamma^2 = \frac{5}{9}$$

Ответ: 5) $\frac{5}{9}$

Задание Б1. Приведем исходное уравнение к каноническому виду путем выделения полных квадратов

$$y^2+3Kx^2-6Kx-K^2-2K=0,$$

$$y^2+3K(x+1)^2-3K-K^2-2K=0,$$

$$y^2+3K(x+1)^2=K^2+5K,$$

Последнее уравнение тогда задает пару перпендикулярных прямых, когда

$$\begin{cases} K^2+5K=0, \\ K<0 \end{cases}$$

Решая полученную систему, находим: $K=-5$ и $K=0$. Так как $K<0$, находим единственное $K=-5$, поэтому

Ответ: -5

Задание Б2. Вычисляем предел

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^4+3x^2-28}{x^2-3x+2}\right) = \left(\frac{0}{0}\right) = \lim_{x\to 2}\frac{(x^2-4)(x^2+7)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)(x^2+7)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x\to 2}\frac{(x+2)(x^2+7)}{x-1} =$$

$$= \lim_{x\to 2}\frac{4\cdot 11}{1} = 44$$

Ответ: 44

Задание Б3. По условию задачи известно, что точки A, B и C лежат на одной прямой, то есть векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ коллинеарны. Из условия коллинеарности векторов следует пропорциональность их соответствующих координат, то есть

$$\frac{\alpha}{-3} = \frac{-10}{2} = \frac{\beta}{-4}$$

Решая данные пропорции, получаем, что $\alpha=15$, $\beta=20$; следовательно $\alpha+\beta=35$.

Ответ: 35

Задание Б4. Векторы $\overrightarrow{p}(\lambda;-3;5)$ и $\overrightarrow{q}(\lambda;2;\lambda)$ ортогональны тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{q}=0$, то есть

$$(\lambda^2;\lambda;-4)\cdot(1;\lambda;\lambda+1) = \lambda^2-2\lambda-2=0$$

Корнями этого уравнения служат числа $1\pm\sqrt{3}$, поэтому их сумма равна 2.

Ответ: 2

Задание Б5. Вычисляем предел

$$\lim_{x\to\ 0}\frac{ln(5^{7x})}{5^x-1} = \lim_{x\to\ 0}\frac{7xln5}{5^x-1} = \left|\lim_{\alpha\to\ 0}\frac{a^\alpha-1}{\alpha} = lna\right| = 7ln5\lim_{x\to\ 0}\frac{1}{\frac{5^x-1}{x}} = \frac{7ln5}{ln5} = 7$$

Ответ: 7

Задание Б6. Для того чтобы посчитать периметр параллелограмма, необходимо знать длины всех сторон. Вычисляем поочередно:

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 3$$

$$|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{0^2 + (-4)^2 + 3^2} = 5$$

Так как у параллелограмма попарно стороны равны, тогда его периметр равен $2(|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{AD}|) = 16$.

Ответ: 16

Задание Б7. Точки M, N симметричны относительно плоскости, если они отдалены от нее на одинаковом расстоянии и прямая MN ортогональна данной плоскости. Расстояние от точки $M(1;-3;2)$ до плоскости $2x + 5y + 2z = m$ равно

$$d_M = \frac{|2 \cdot 1 + 5 \cdot (-3) + 2 \cdot 2 - m|}{\sqrt{2^2 + 5^2 + 2^2}} = \frac{|9 + m|}{\sqrt{33}}$$

Расстояние d_N вычисляется аналогично

$$d_N = \frac{|2 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + 2 \cdot 6 - m|}{\sqrt{2^2 + 5^2 + 2^2}} = \frac{|57 + m|}{\sqrt{33}}$$

Так как точки M, N предполагаются симметричными, то

$$d_M = d_N,$$

$$|57 - m| = |9 + m|,$$

Пусть $m < -9$, тогда $57 - m = -(9 + m)$, 66=0, откуда следует, что модульное уравнение не имеет решений.

Пусть $-9 \leq m < 57$, тогда $57 - m = 9 + m$, 2m=48, откуда следует, что модульное уравнение имеет единственный корень, равный 24.

Пусть $m \geq 57$, тогда $-(57 - m) = 9 + m$, 66=0, откуда следует, что модульное уравнение не имеет решений.

Окончательно, записываем

Ответ: 24

5 Вариант № 1 (для самостоятельного решения)

А) ОТМЕТЬТЕ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА В БЛАНКЕ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
А1. Наименьшее целое K, при котором сумма определителей $\begin{vmatrix} 11 & \frac{2}{5} \\ K & \frac{1}{5} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{3}{2} & K \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ отрицательна, равно	1) -1 2) 1 3) 2 4) 3 5) 0
А2. Если А$=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, В$=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 17 \end{pmatrix}$, тогда определитель матрицы $(A^T \cdot B^{-1})^{-1}$ равен	1) -2 2) $-\frac{1}{2}$ 3) 4 4) $\frac{1}{2}$ 5) 2
А3. Если вектор $\overrightarrow{p}$ направлен одинаково с вектором $\overrightarrow{q}(2;-10;18)$ и $\lvert\overrightarrow{p}\rvert = \sqrt{107}$, то сумма координат вектора $\overrightarrow{p}$ равна	1) 2 2) 3 3) 5 4) 4 5) 1
А4. Основанием перпендикуляра, опущенного из точки $A(7;6;11)$ на прямую $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-2}$, является тройка чисел	1) $(3;-2;4)$ 2) $(4;1;2)$ 3) $(2;-5;6)$ 4) $(5;4;0)$ 5) $(1;-5;8)$
А5. Найдите сумму $\alpha+2\beta$, если параметры α,β удовлетворяют уравнению $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\alpha x-\beta)=0$	1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) -2
А6. Значение $f(R)$, где R - число точек разрыва функции $f(x) = \frac{5}{(x+2)\sqrt{x^2-9x+45}-5x-10}$, равно	1) $\frac{5}{36}(\sqrt{37}+5)$ 2) $\frac{1}{2}(3\sqrt{3}-5)$ 3) $\frac{5}{36}(\sqrt{37}-5)$ 4) $\frac{1}{2}(3\sqrt{3}+5)$ 5) $\frac{5}{24}(\sqrt{31}+5)$
А7. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(4;-7)$ перпендикулярно биссектрисе четвертого координатного угла, имеет вид	1) $y=x-11$ 2) $y+x+3=0$ 3) $y=2x-15$ 4) $y+2x=1$ 5) $y=3x-19$
А8. Результат вычисления предела $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 7x}{\cos 5x}$ равен	1) $\frac{7}{5}$ 2) 1 3) -1 4) $-\frac{7}{5}$ 5) $\frac{5}{7}$
А9. Если $f(x) = \frac{2x-7}{x+7}$, то $f(x-2)-f(x-12)$ при $x=5\sin\varphi$ приводится к виду	1) $-\frac{42}{5\cos^2\varphi}$ 2) $-\frac{22}{5\cos^2\varphi}$ 3) $-\frac{31}{5\cos^2\varphi}$ 4) $-\frac{31\sin\varphi}{\cos^2\varphi}$ 5) $-\frac{40sin\varphi}{\cos^2\varphi}$
А10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}$ из общего начала, равен 81 см^3 . Если $\lvert\overrightarrow{a}\rvert = 6$ см, $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$ и $\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$, тогда $\lvert\overrightarrow{c}\rvert$ (в см) равна	1) 3 2) 6 3) 9 4) 12 5) 27
А11. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{x-3}{2x+4}\right)^{5-x}$	1) $+\infty$ 2) e 3) e^2 4) 1 5) 0
А12. Прямая, проходящая через центр симметрии кривой $x^2-10x+y^2+2y+22=0$ перпендикулярно прямой , $y=x$ имеет вид	1) $y+x=0$ 2) $y+x=4$ 3) $y=2x-3$ 4) $y=x-6$ 5) $y=x+6$
А13. Если α,β,γ - косинусы углов вектора $\overrightarrow{a}(8;0;-6)$ с осями координат, тогда значение определителя $\begin{vmatrix} 1 & \beta & -\alpha \\ \beta & 1 & \gamma \\ \alpha & \gamma & -1 \end{vmatrix}$ равно	1) $-0,36$ 2) $-1,28$ 3) $-0,72$ 4) $-0,64$ 5) 0

Б) НАПИШИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ В НИЖНЕЙ ЧАСТИ БЛАНКА ОТВЕТОВ

Б1. Укажите количество целых чисел K, при которых уравнение $Ky^2+K^2x^2-2K^2x+2K^2+K-12=0$ *задает гиперболу с фокусами на оси абсцисс*

Б2. Если x стремится к 2 , тогда число, к которому стремится выражение $\frac{x^4+x^2-20}{x^2-5x+6}$, *равно*

Б3. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-5;-3;2)$ и $\overrightarrow{AC}(\alpha;\beta;-4)$. *Если точки A, B, C лежат на одной прямой, то сумма* $\alpha+\beta$ *равна*

Б4. Найдите сумму всех чисел λ, *при которых векторы* $\overrightarrow{p}(\lambda;-3;-2)$ и $\overrightarrow{q}(\lambda;-5;4\lambda)$ *ортогональны*

Б5. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1-x^2)}{2x}$

Б6. Вектор $\overrightarrow{AB}(1;-1;2)$ *является стороной ромба ABCD с диагональю* $\lvert\overrightarrow{AC}\rvert=\sqrt{23}$. *Найдите длину диагонали BD*

Б7. Укажите значение параметра m, при котором точки $(-5;6;3)$ и $(7;-2;7)$ *симметричны относительно плоскости* $3x-2y+z=m$

6 Вариант № 2 (для самостоятельного решения)

А) ОТМЕТЬТЕ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА В БЛАНКЕ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
A1. Количество целых K, при которых определитель $\begin{vmatrix} K & -2 \\ -2 & K \end{vmatrix}$ принимает отрицательные значения, равно	1) 4 2) 2 3) 3 4) 5 5) 1
A2. Если A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 23 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, тогда определитель матрицы $(B^{-1}\cdot(A^2)^T)^{-1}$ равен	1) -2 2) $-\frac{1}{2}$ 3) 4 4) $\frac{1}{2}$ 5) 2
A3. Если вектор $\overrightarrow{p}$ направлен противоположно вектору $\overrightarrow{q}(-4;\,10;\,2)$ и $\lvert\overrightarrow{p}\rvert=\sqrt{30}$, то произведение координат вектора $\overrightarrow{p}$ равно	1) -10 2) -5 3) -2 4) 8 5) 10
A4. Основанием перпендикуляра, опущенного из точки $A(7;6;11)$ на плоскость $3x+2y-2z+6=0$, является тройка чисел	1) $(4;4;13)$ 2) $(2;-3;3)$ 3) $(4;-4;5)$ 4) $(0;1;4)$ 5) $(8;-3;-6)$
A5. Найдите сумму $\alpha+2\beta$, если параметры α,β удовлетворяют уравнению $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\alpha x-\beta)=0$	1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) -2
A6. Значение $f(R+1)$, где R - число точек разрыва функции $f(x)=\dfrac{1-x}{(x+3)\sqrt{x^2-x-4}-4x-12}$, равно	1) 0 2) $\frac{3}{28}(\sqrt{2}+2)$ 3) $\frac{1}{84}(\sqrt{2}+4)$ 4) $\frac{3}{28}(\sqrt{2}-2)$ 5) $\frac{1}{9}(\sqrt{2}+2)$
A7. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(-3;1)$ параллельно биссектрисе второго координатного угла, имеет вид	1) $y=3x+10$ 2) $4y+x-1=0$ 3) $y=2x+7$ 4) $y+x+2=0$ 5) $y=x+4$
A8. Результат вычисления предела $\lim\limits_{x\to-\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos 2x}{\operatorname{tg}4x}$ равен	1) $\frac{1}{2}$ 2) 1 3) -1 4) $-\frac{1}{2}$ 5) 2
A9. Если $f(x)=\dfrac{2x-3}{x-4}$, то $f(x^2)-f(x+2)$ при $x=2\cos\varphi$ приводится к виду	1) $-\dfrac{2\cos\varphi+1}{4\sin^2\varphi}$ 2) $\dfrac{10\cos\varphi+1}{4\sin^2\varphi}$ 3) $\dfrac{10\cos\varphi+5}{4\sin^2\varphi}$ 4) $-\dfrac{10\cos\varphi+1}{4\sin^2\varphi}$ 5) $-\dfrac{10\cos\varphi+5}{4\sin^2\varphi}$
A10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ из общего начала, равен 144 см^3 . Если $\lvert\overrightarrow{a}\rvert=6$ см, $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=0$ и $\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}\times\overrightarrow{b}$, тогда $\lvert\overrightarrow{b}\rvert$ равен	1) 11 2) 6 3) 3 4) 2 5) 12
A11. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{7x-1}{2-5x}\right)^{-4x}$	1) $+\infty$ 2) e 3) e^{-4} 4) 1 5) 0
A12. Прямая, проходящая через центр симметрии кривой $x^2+4x+y^2+2y-4=0$ перпендикулярно прямой , $y+x=0$ имеет вид	1) $y+2x+5=0$ 2) $y=x+1$ 3) $y=2x-3$ 4) $y=-3x-7$ 5) $x+y+3=0$
A13. Если α,β,γ - косинусы углов вектора $\overrightarrow{a}(0;-3;4)$ с осями координат, тогда значение определителя $\begin{vmatrix} -1 & \alpha & -\beta \\ \alpha & 1 & \gamma \\ \beta & \gamma & -1 \end{vmatrix}$ равно	1) -1 2) 0 3) 2 4) 1 5) -2

Б) НАПИШИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ В НИЖНЕЙ ЧАСТИ БЛАНКА ОТВЕТОВ

Б1. Укажите сумму целых чисел K или целое K (если оно единственное), при которых уравнение $4Ky^2+x^2+32Ky-6x-K^2+63K+9=0$ *задает пару пересекающихся прямых*

Б2. Если x стремится к 2 , тогда число, к которому стремится выражение $\dfrac{x^4-13x^2-36}{x^2-4}$, *равно*

Б3. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(2;0;-3)$ и $\overrightarrow{AC}(\alpha;\beta;12)$. *Если точки A, B, C лежат на одной прямой, то сумма* $\alpha+\beta$ *равна*

Б4. Найдите произведение всех чисел λ, *при которых векторы* $\overrightarrow{p}(\lambda;-3;\lambda)$ и $\overrightarrow{q}(\lambda^2;\lambda;-3)$ *ортогональны*

Б5. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg(6x)}{1-e^{2x}}$

Б6. Вектор $\overrightarrow{AB}(1;2;-3)$ *является стороной ромба ABCD с диагональю* $\lvert\overrightarrow{AC}\rvert=\sqrt{18}$. *Укажите сумму целых чисел, между которыми лежит численное значение длины диагонали BD*

Б7. Укажите значение параметра m, при котором точки $(4;5;-1)$ и $(-8;-3;7)$ *симметричны относительно плоскости* $-3x-2y+2z=m$

7 Вариант № 3 (для самостоятельного решения)

А) ОТМЕТЬТЕ НОМЕР ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА В БЛАНКЕ ОТВЕТОВ

ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
А1. Наибольшее целое K, при котором определитель $\begin{vmatrix} 5 & 2K\text{-}5 \\ 1 & 1\text{-}K \end{vmatrix}$ принимает неотрицательные значения, равно	1) 4 2) 2 3) 3 4) 5 5) 1
А2. Если А=$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$, В=$\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, тогда определитель матрицы $((A^T)^{-1} \cdot B^T)^2$ равен	1) 5 2) $\frac{1}{25}$ 3) 25 4) $\frac{1}{5}$ 5) -25
А3. Если вектор $\overrightarrow{p}$ направлен одинаково с вектором $\overrightarrow{q}(0;\ -15;\ 9)$ и $\lvert\overrightarrow{p}\rvert = \sqrt{34}$, то сумма координат вектора $\overrightarrow{p}$ равна	1) -1 2) -3 3) 0 4) 2 5) -2
А4. Основанием перпендикуляра, опущенного из точки $A(-2;5;-1)$ на прямую $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z+8}{1}$, является тройка чисел	1) $(4;2;-7)$ 2) $(3;4;-8)$ 3) $(2;6;-9)$ 4) $(5;0;-6)$ 5) $(1;8;-10)$
А5. Найдите сумму $\alpha + 2\beta$, если параметры α, β удовлетворяют уравнению $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x+1} - \alpha x - \beta) = 0$	1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) -2
А6. Значение $f(R-5)$, где R - число точек разрыва функции $f(x) = \dfrac{3x-1}{x+\sqrt{2x^2-2x-8}}$, равно	1) 10 2) $-\frac{16}{27}(\sqrt{52}+5)$ 3) $\frac{13}{4}(\sqrt{2}-1)$ 4) $-\frac{13}{4}(\sqrt{2}+1)$ 5) -10
А7. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;-5)$ перпендикулярно биссектрисе третьего координатного угла, имеет вид	1) $x+y+7=0$ 2) $y=x-3$ 3) $2x+y+9=0$ 4) $y=2x-1$ 5) $3x+y+11=0$
А8. Результат вычисления предела $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\sin 6x}$ равен	1) -6 2) $\frac{1}{6}$ 3) 6 4) $-\frac{1}{6}$ 5) 0
А9. Если $f(x) = \dfrac{3x-1}{x+1}$, то $f(x+2) - f(x-1)$ при $x = -3\cos^2\varphi$ приводится к виду	1) $-\dfrac{16+72\cos^2\varphi}{3\sin^2 2\varphi}$ 2) $\dfrac{16+72\cos^2\varphi}{3\sin^2 2\varphi}$ 3) $\dfrac{16}{3\sin^2 2\varphi}$ 4) $-\dfrac{16}{3\sin^2 2\varphi}$ 5) $\dfrac{16}{3\sin^2\varphi}$
А10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}$ из общего начала, равен 225 см^3 . Если $\lvert\overrightarrow{a}\rvert = 5$ см, $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = 0$ и $\overrightarrow{c} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}$, тогда $\lvert\overrightarrow{b}\rvert$ равен	1) 3 2) 1 3) 5 4) 10 5) 15
А11. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+1}{3-4x}\right)^{3x-1}$	1) $+\infty$ 2) e 3) e^{-4} 4) $-\infty$ 5) 0
А12. Прямая, проходящая через центр симметрии кривой $9x^2 - 4y^2 - 54x - 8y + 41 = 0$ параллельно прямой $y = x$, имеет вид	1) $y=x+4$ 2) $x+y+2=0$ 3) $y=x-4$ 4) $y=2x-7$ 5) $x+y=2$
А13. Если α, β, γ - косинусы углов вектора $\overrightarrow{a}(-1;2;-3)$ с осями координат, тогда значение определителя $\begin{vmatrix} -1 & \beta & \gamma \\ \beta & 0 & \alpha \\ -\gamma & \alpha & -1 \end{vmatrix}$ равно	1) $\frac{5}{14}$ 2) 0 3) $\frac{1}{14}$ 4) $\frac{5}{7}$ 5) $\frac{13}{14}$

Б) НАПИШИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ В НИЖНЕЙ ЧАСТИ БЛАНКА ОТВЕТОВ

Б1. Укажите сумму целых чисел K или целое K (если оно единственное), при которых уравнение $x^2 - 2Ky^2 - 10x - K^2 + 29 = 0$ *задает точку*

Б2. Если x стремится к 1 , тогда число, к которому стремится выражение $\dfrac{x^4+2x^2-3}{x^2+6x-7}$*, равно*

Б3. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(14;\alpha;\beta)$ и $\overrightarrow{AC}(-2;3;-4)$. *Если точки A, B, C лежат на одной прямой, то сумма* $\alpha+\beta$ *равна*

Б4. Найдите сумму всех чисел λ, *при которых векторы* $\overrightarrow{p}(\lambda;0;2)$ и $\overrightarrow{q}(\lambda;\lambda;-2)$ *ортогональны*

Б5. Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-7x)}{sin7x}$

Б6. Вектор $\overrightarrow{AB}(-3;2;-2)$ *является стороной ромба ABCD с диагональю* $\lvert\overrightarrow{AC}\rvert = \sqrt{15}$. *Укажите сумму целых чисел, между которыми лежит численное значение длины диагонали BD*

Б7. Укажите значение параметра m, при котором точки $(-3;2;5)$ и $(-5;0;7)$ *симметричны относительно плоскости* $x+y-z=m$

8 Таблица ответов

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3	
Задание	Ответ	Задание	Ответ	Задание	Ответ
А1	4	А1	3	А1	5
А2	5	А2	5	А2	3
А3	3	А3	5	А3	5
А4	2	А4	1	А4	2
А5	3	А5	3	А5	3
А6	4	А6	2	А6	4
А7	1	А7	4	А7	1
А8	4	А8	1	А8	2
А9	1	А9	3	А9	4
А10	3	А10	4	А10	1
А11	5	А11	5	А11	5
А12	2	А12	2	А12	3
А13	3	А13	3	А13	1
Б1	3	Б1	-1	Б1	-2
Б2	-36	Б2	-5	Б2	1
Б3	16	Б3	-8	Б3	7
Б4	8	Б4	0	Б4	0
Б5	0	Б5	-3	Б5	-1
Б6	1	Б6	13	Б6	15
Б7	4	Б7	10	Б7	-9

Список использованных источников

1 Отраслевой стандарт минобразования РФ: педагогические тесты, термины и определения, М., 2001 г.

2 Образовательный стандарт ВПО АлтГТУ СТП 12560-2007
„ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ СТУДЕНТОВ“, Барнаул: изд-во АлтГТУ, 2007 г.

3 http://www.fepo.ru