



Министерство образования и науки Российской Федерации
*Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования*
**«АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И.И. ПОЛЗУНОВА» (АлтГТУ)**

ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ

Составитель:
зав. кафедрой «Высшая математика»,
к.ф.-м.н., доцент Зайцев В.П.

Барнаул
2012

Настоящая программа состоит из трёх разделов.

- В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий в высшее учебное заведение.
- Второй раздел представляет собой перечень теоретических вопросов, с которыми при подготовке к вступительному испытанию целесообразно познакомиться.
- В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего.

Объём знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из данного курса. Для вступительного испытания достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающим, но при условии, что он способен их точно формулировать, пояснять и доказывать.

ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на **2, 3, 5, 10**.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q). Их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей. Рациональные и иррациональные числа. Сравнение действительных чисел. Проценты.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Числовые промежутки.
6. Алгебраические выражения. Формулы сокращенного умножения. Равенства и тождества.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень n -й степени. Степень с действительным показателем. Свойства степеней и арифметических корней.
8. Логарифмы. Свойства логарифмов.
9. Одночлен и многочлен. Многочлен от одной переменной. Алгебра многочленов.
10. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Решение линейных и квадратных уравнений. Формула корней квадратного уравнения. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Теорема Виета.
11. Неравенства. Свойства неравенств. Понятие о равносильных неравенствах. Метод интервалов.
12. Системы уравнений и неравенств. Равносильность систем. Решение систем уравнений и систем неравенств.
13. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и сумма первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и сумма первых n членов геометрической прогрессии.
14. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.

15. График функции. Возрастание и убывание функции, периодичность, чётность и нечётность.

16. Определение, основные свойства и графики функций: линейной $y = ax + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^b$, гиперболы $y = \frac{a}{x}$, показательной $y = a^x$ ($a > 0$), логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt[n]{x}$.

17. Уравнения и неравенства, содержащие показательные и логарифмические функции.

18. Тригонометрические функции. Зависимость между функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения. Синус и косинус суммы (разности) двух аргументов. Тригонометрические функции двойного и половинного аргументов.

19. Решение уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ и уравнений, к ним приводящихся.

20. Определение производной. Её физический и геометрический смысл. Производная суммы, произведения и частного двух функций. Уравнение касательной к графику функции. Производные функций $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = \operatorname{ctg} x$; $y = x^a$ ($a \in \mathbf{R}$); $y = a^x$; $y = \log_a x$.

21. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые.

2. Векторы. Координаты вектора и точки. Операции над векторами.

3. Треугольник. Его медианы, биссектрисы, высоты. Их свойства. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Свойства равнобедренного треугольника. Сумма углов треугольника. Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора.

4. Четырёхугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника. Признаки параллелограмма.

5. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы, их измерение. Касательная и секущая к окружности, их свойства. Свойства хорд окружностей. Угол между хордами. Угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания.

6. Окружности, описанные около треугольника и вписанные в него. Существование окружностей, описанных около четырехугольника и вписанных в него.

7. Формула площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

8. Длина окружности и длина дуги окружности. Градусная и радианная мера углов и дуг окружностей. Площадь круга и площадь сектора.

9. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

10. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Признак параллельности плоскостей.

11. Параллельность прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.

12. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

13. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Теорема о перпендикулярности двух плоскостей.
14. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
15. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.
16. Формула площади поверхности и объема параллелепипеда.
17. Формула площади поверхности и объема призмы.
18. Формула площади поверхности и объема пирамиды.
19. Формула площади поверхности и объема цилиндра.
20. Формула площади поверхности и объема конуса.
21. Формула площади поверхности сферы.
22. Формула объема шара.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

1. Натуральные числа. Признаки делимости на 2, 3, 5, 10. Разложение на простые множители.
2. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, арифметические действия над ними.
3. Действительные числа. Числовая прямая. Числовые промежутки. Модуль числа.
4. Действия со степенями и арифметическими корнями.
5. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Формулы сокращённого умножения.
6. Арифметическая прогрессия. Формула n -го члена и сумма первых n членов арифметической прогрессии.
7. Геометрическая прогрессия. Формула n -го члена и сумма первых n членов геометрической прогрессии.
8. Решение квадратных уравнений. Теорема Виета.
9. Рациональные уравнения и системы.
10. Рациональные неравенства и системы.
11. Иррациональные уравнения и неравенства.
12. Определение логарифма, его свойства и вычисления.
13. Показательные и логарифмические уравнения, методы их решений.
14. Показательные и логарифмические неравенства, методы их решений.
15. Понятие функции. Область определения. Свойства: возрастание, убывание, чётность и нечётность, периодичность. Примеры.
16. Свойства и график функции $y = ax + b$.
17. Свойства и график $y = ax^2 + bx + c$.
18. Свойства и графики функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$.
19. Свойства и графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$.
20. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.
21. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Формулы приведения.

22. Понятие производной функции. Её физический и геометрический смысл. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
23. Использование производной к исследованию функции.
24. Треугольник и его элементы. Виды треугольников. Теорема косинусов. Площадь треугольника.
25. Окружность и круг. Вписанные и центральные углы. Длина окружности и площадь круга.
26. Параллелограмм и трапеция, их основные свойства и площади.
27. Многогранники. Их вершины, ребра, грани. Параллелепипеды, призмы, пирамиды, их объёмы.
28. Фигуры вращения: цилиндр, конус, шар. Вычисление их площадей поверхности и объёмов.
29. Прямоугольная система координат на плоскости. Координаты точки. Расстояние между двумя точками.
30. Векторы. Сумма векторов и умножение вектора на число. Координаты вектора.

ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Поступающие должны уметь:

1. Правильно употреблять термины, связанные с видами чисел и способами их записи (натуральное, целое, рациональное, иррациональное число, обыкновенная дробь, десятичная дробь); читать и записывать числа; переходить от одной формы записи числа к другой (например, представлять десятичную дробь в виде обыкновенной; обыкновенную в виде десятичной; проценты в виде десятичной дроби).
2. Сравнивать два числа (натуральные числа, обыкновенные и десятичные дроби; положительные и отрицательные числа).
3. Изображать числа точками координатной прямой, понимать связь отношений «больше» и «меньше» с соответствующим расположением точек на прямой.
4. Уверенно выполнять арифметические действия с рациональными числами (натуральными, целыми числами, обыкновенными и десятичными дробями, положительными и отрицательными числами) в ходе их вычислений.
5. Решать основные задачи на дроби и проценты.
6. Находить значение выражений, содержащих степени с натуральными и целыми показателями, квадратные и кубические корни.
7. При вычислениях сочетать устные и письменные приемы вычислений, применение калькулятора, использовать приемы, рационализирующие вычисления.
8. Составлять и решать пропорции, округлять целые числа и десятичные дроби.
9. Правильно употреблять буквенную символику, понимать смысл терминов: «выражение», «тождественное преобразование», формулировку заданий: «упростить выражение», «разложить на множители».
10. Владеть техникой тождественных преобразований рациональных (целых и дробных) выражений; выполнять основные действия над степенями, многочленами, алгебраическими дробями и применять их при преобразовании выражений.
11. Владеть приемами разложения многочленов на множители (вынесение общего множителя за скобки, группировка по формулам сокращенного умножения) и применять их в комбинации.
12. Уметь пользоваться специальными приемами преобразования выражений (выделение квадрата двучлена из квадратного трехчлена, разложение квадратного трехчлена на множители, применение формул сокращенного умножения и др.).

13. Выполнять преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих квадратные корни (применение свойств арифметических квадратных корней, приведение подобных радикалов, исключение иррациональности в знаменателе или числителе дроби).

14. Составлять алгебраические выражения и уравнения при решении текстовых задач; осуществлять в формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие расчеты. Следить за размерностью величин.

15. Решать линейные, квадратные уравнения, простейшие рациональные уравнения, сводящиеся к линейным или квадратным; системы линейных уравнений с двумя переменными и системы, в которых одно уравнение является уравнением второй степени.

16. Решать линейные неравенства с одной переменной и их системы; понимать графическую интерпретацию решений линейных неравенств с одной переменной и их систем.

17. Решать текстовые задачи с помощью составления уравнений.

18. Владеть системой функциональных понятий (функция, значение функции, график, аргумент, область определения, область значения, возрастание, убывание, монотонность, сохранение знака), пользоваться ими в ходе исследования функций.

19. Читать и строить графики функций (линейная, квадратичная функция, показательная и логарифмическая функции, тригонометрические функции).

20. Находить значения функций, заданных формулой, таблицей, графиком, решать обратную задачу.

21. Уметь распознавать на чертежах и моделях геометрические фигуры (отрезки, углы, треугольники и их частные виды, четырехугольники и их частные виды, окружность, круг); изображать указанные геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи.

22. Вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей), применяя изученные свойства фигур и формулы.

23. Решать задачи на вычисление геометрических величин; приводить аргументацию в ходе решения задачи.

24. Владеть алгоритмами решения основных задач на построение.

Рекомендуемая литература

1. Галицкий М.П., Гольдман А.М., Звавич А.И. Сборник задач по алгебре: учебное пособие для 8-9 классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 2001. – 271 с.
2. Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В. Единый государственный экзамен 2009. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2009. – 272 с.
3. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра. Учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 4-е изд. – 2003.
4. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра Учебник для 8 класса. Часть I. – М.: ЦПИ механико-математического факультета МГУ, 1998. – 166 с.
5. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра 9. Учебник для общеобразовательных учреждений. Часть 1. – М.: ЦПИ механико-математического факультета МГУ, 1999. – 174 с.
6. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра и начала анализа. Учебник для 11 класса общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2002. – 448 с.; 2-е изд.– 2003.
7. Сборник решений задач для поступающих в ВУЗы группа А. М.: ООО Из-во «Мира и образования»: Минск: ООО «Харвест», 2007. – 912 с.
8. Скани М.И. Сборник задач по математике для поступающих в ВУЗы. М.: ООО Изда-тельский дом «ОНИКС 21 век»: ООО Из-во «Мира и образования». 2005. – 608 с.
9. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену. М.: Айрис-пресс, 2003.– 432 с.
10. Королёва Т.М., Маркарян Е.Г., Нейман Ю.М. Пособие по математике в помощь участникам централизованного тестирования. – М., 2002. – Изд.3, испр., 142 с.