Министерство образования и науки Российской Федерации

Алтайский государственный технический университет

им. И. И. Ползунова

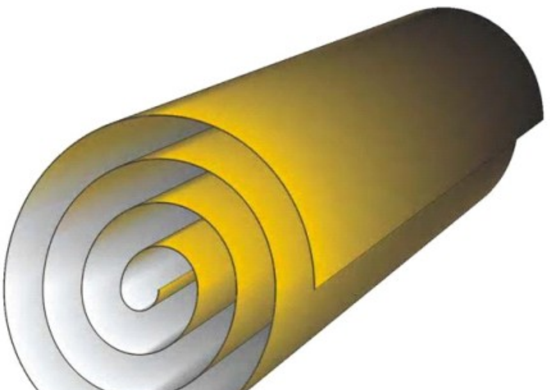
Кафедра высшей математики и математического моделирования

Лев Г. Ш., Фролов А. В.

Рабочая тетрадь по высшей математике

Аналитическая геометрия

Задачи и упражнения



ФИО студента ____________________

Группа______________________

Преподаватель____________________

Барнаул 2005

Лев Г.Ш., Фролов А.В. Рабочая тетрадь по высшей математике. - Барнаул, Алт ГТУ, 2005. - 24 с.

Аннотация

Предлагаемое пособие предназначено для студентов всех специальностей и форм обучения.

Тетрадь содержит около двадцати заданий и охватывает основные разделы темы „Аналитическая геометрия". Более сложные задания помечены значком __. Цель издания – активизация самостоятельной работы студентов и самоконтроль уровня усвоения материала.

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры Высшей математики и математического моделирования Алт ГТУ

Протокол № от 19 апреля 2005 г.

1. Правила пользования рабочей тетрадью

Задания отличаются параметрами (**a,b,c**), которые индивидуальны для каждого студента. Например:

ФИО студента: **Г**антмахер Фе**л**икс Рувимович

Для того чтобы определить параметры (**a**,**b**), необходимо воспользоваться нижеприведенными шкалами. Для установления численного значения параметра (**c)** необходимо подсчитать количество букв в **ФИО**, а за (**c**) принять сумму цифр, входящих в это число.

	А-Ё	**Ж-М**	**Н-У**	**Ф-Я**
ШКАЛА 1 (по фамилии)	**a=1**	**a=2**	**a=3**	**a=4**
ШКАЛА 2 (по имени)	**b=3**	**b=2**	**b=1**	**b=0**

тогда **a=1**, **b=2**, **c=6**.

Параметры могут быть установлены также и по усмотрению преподавателя.

Рекомендуется предварительно изучить теоретические вопросы, которые предшествуют заданиям, а затем перейти к выполнению упражнений. Решения следует сначала выполнять на черновике, а затем аккуратно переносить в тетрадь.

Качество оформления оценивается наряду с правильностью решений. Условия приема выполненного отчета определяются преподавателем.

Авторы

2 . Список рекомендуемой литературы

1. Ефимов Н. В. Краткий курс аналитической геометрии, Физматгиз, 1963

2. Моденов П.С. Аналитическая геометрия., М., 1964

3. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии., М.,1968

4. Постников М. М., Аналитическая геометрия., М.,1973

5. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.- М.: Наука, 1976

3 . Контрольные вопросы

1. Какие векторы называются линейно зависимыми?
2. Привести примеры базиса линейного пространства. Ортонормированный базис.
3. Условия коллинеарности и ортогональности двух векторов.
4. Условие компланарности трех векторов.
5. Каков физический смысл скалярного и векторного произведений двух векторов?
6. Какие геометрические приложения имеют скалярное, векторное и смешанное произведение векторов?
7. Какие формы уравнений прямой на плоскости Вам известны?
8. Способы задания прямых в пространстве.
9. Способы задания плоскости в пространстве.
10. Как вычислить направляющий вектор прямой и нормальный вектор к плоскости?
11. Как вычисляется расстояние от точки до прямой?
12. Как вычисляется расстояние от точки до плоскости?
13. Способы задания кривых. Канонические уравнения кривых второго порядка.
14. Способы задания поверхностей. Поверхности вращения.
15. Конические и цилиндрические поверхности.
16. Какие методы геометрических преобразований Вам известны?

4. Расчетные задания

I. Элементы векторной алгебры

Даны три некомпланарных вектора, которые заданы своими координатами в пространственной декартовой системе координат

$$\vec{e}_1 = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}\,, \qquad \vec{e}_2 = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}\,, \qquad \vec{e}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$$

I.1. Вычислить всевозможные скалярные произведения $(\vec{e}_i, \vec{e}_k)$, где $i, k = 1,2,3$ и $i \le k$

$(\vec{e}_1, \vec{e}_2) =$

I.2. Вычислить абсолютную величину вектора $\vec{f} = a\vec{e}_1 - b\vec{e}_2 + c\vec{e}_3$ двумя способами:

a) через координаты векторов в декартовом базисе;

b) используя дистрибутивность скалярного произведения.

I.3. Вычислить $Пр_f \vec{e}_1$ и $\cos(\vec{f}, \vec{e}_1)$

I.4. Указать направление вектора $\vec{g} = c\vec{e}_1 - a\vec{e}_2 + b\vec{e}_3$ и координаты нормирующего вектора $\vec{g}^{\,0}$.

I.5. Вычислить всевозможные векторные произведения $[\vec{e}_i, \vec{e}_k]$, где $i, k = 1,2,3$ и $i \le k$

$[\vec{e}_1, \vec{e}_2] =$

I.6. Вычислить векторное произведение векторов $\vec{f} \times \vec{g}$ двумя способами:

a) через координаты векторов в декартовом базисе;

b) используя дистрибутивность векторного произведения.

I.7. Определить значения λ, при которых векторы

a) $\vec{f}$ и $\vec{f}+\lambda\vec{g}$ ортогональны;

b) $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ и $\vec{f}+\lambda\vec{g}$ компланарны.

II. Приложения векторной алгебры к решению пространственных геометрических задач

В пространстве рассматривается треугольная пирамида $A_1A_2A_3A_4$, вершины которой заданы своими координатами в пространственной прямоугольной декартовой системе координат

$$A_1(4,0,0) \qquad A_2(1,-2,a) \qquad A_3(3,3,b) \qquad A_4(6,-1,c)$$

II.1. Найти величину угла $\angle A_1A_3A_4$

II.2. Вычислить площадь грани $A_1A_3A_4$

II.3. Вычислить объём пирамиды $A_1A_2A_3A_4$

II.4. Найти длину высоты пирамиды $A_1A_2A_3A_4$, опущенной из вершины A_2

<u>II.5.</u> Определить расстояние от вершины A_2 до ребра A_1A_3

<u>II.6.</u> Определить координаты центра масс пирамиды и каждой из её граней, если предположить, что в вершинах сосредоточены единичные массы

III. Аналитическая геометрия на плоскости

На декартовой координатной плоскости рассматривается треугольник ΔABC, координаты вершин которого известны. Решить методами аналитической геометрии следующие сформулированные задачи, если

A (6+c; 2+c),   B (30+a; b-5),   C (12+a; 19+b)

III.1. Вычислить длины сторон треугольника и записать их уравнения в общем виде

$|AB| =$

$|AC| =$

$|BC| =$

уравнение AB: уравнение AC: уравнение BC:

III.2. Написать уравнения высот h_a, h_b, h_c

уравнение h_a: уравнение h_b: уравнение h_c:

III.3. Найти величину угла ABC

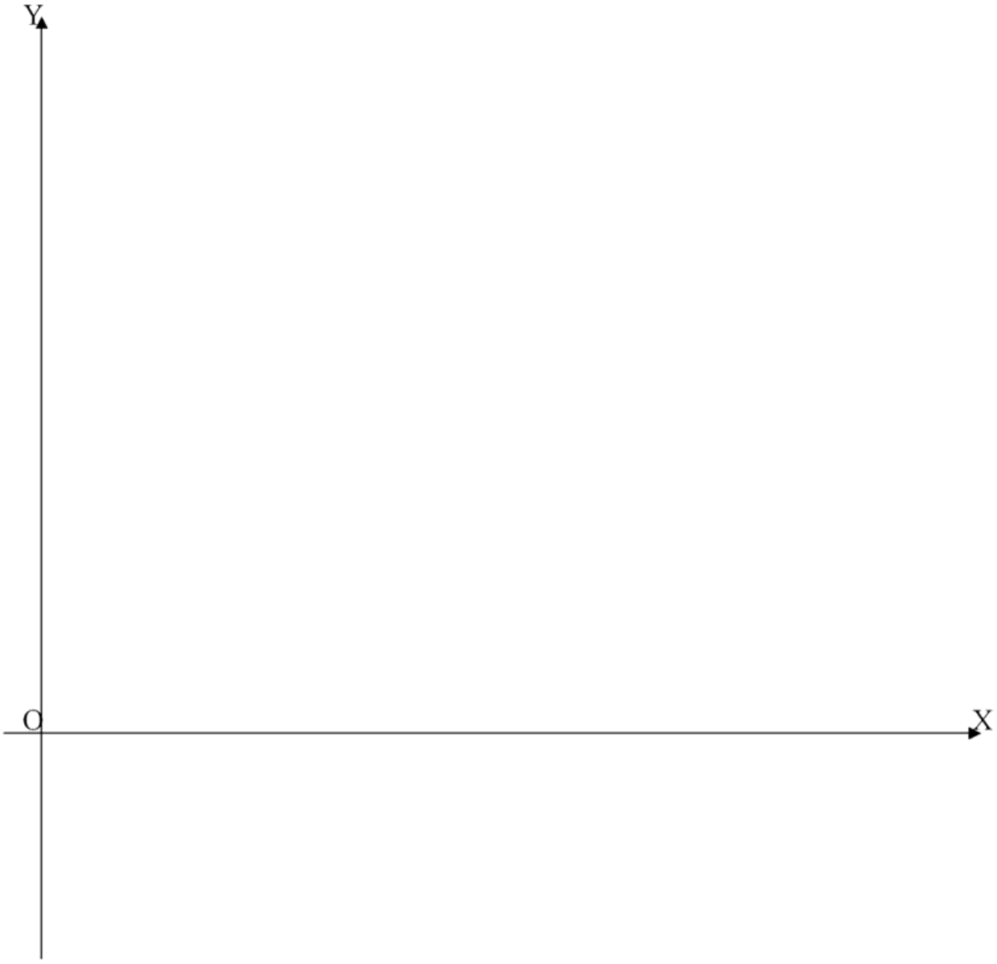
III.4. Вычислить площадь треугольника ΔABC

III.5. Определить координаты ортоцентра треугольника ΔABC

III.6. Определить координаты центра окружности, вписанной в ΔABC

III.7. Определить координаты центра окружности, описанной около ΔABC

Для задач **III.1. – <u>III.7.</u>** сделать чертеж в масштабе 1:1 (единичные отрезки осей принимать произвольно).



III.8. Найти координаты точки D, являющейся вершиной параллелограмма, построенного на сторонах AB и AC

<u>III.9.</u> В каком отношении точка R делит отрезок PQ, если точки P, Q, R делят отрезок AB в отношениях, соответственно равных λ, μ и ν, если $\mu \neq \nu$?

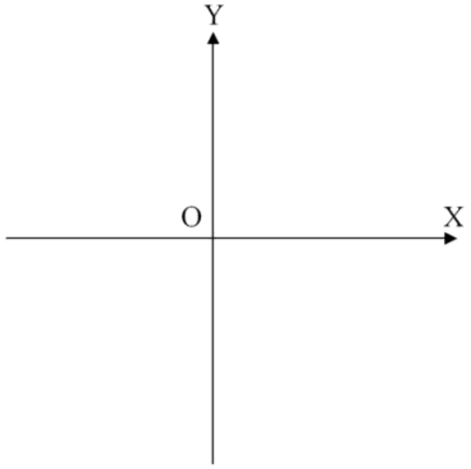
IV. Кривые второго порядка

Кривые второго порядка заданы в декартовой системе координат на плоскости своими уравнениями.

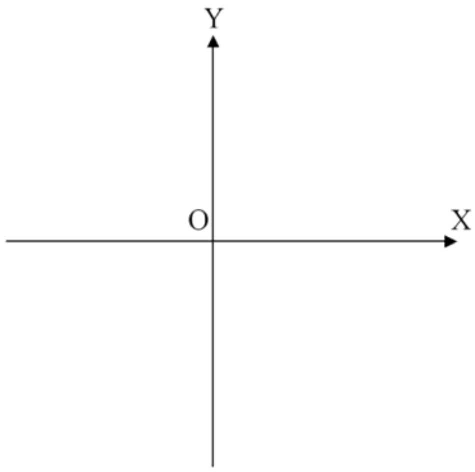
Задания:

1. Привести уравнение кривой к каноническому виду;
2. Дать название кривой, исходя из величины эксцентриситета;
3. Написать уравнение кривой в полярных координатах;
4. Сделать схематический чертеж.

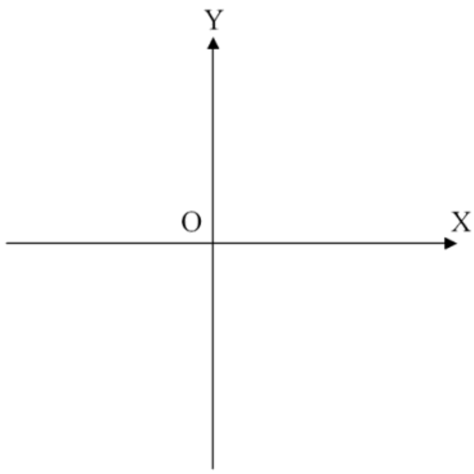
IV.1. $x^2+(-1)^c y^2-4ax+2(b+1)y+4a^2=0$



IV.2. $a\left(1+(-1)^c\right)x^2+(b+1)\left(1-(-1)^c\right)y^2+2ax-4(b+1)y+1=0$



IV.3. $x^2 + 2axy + \left(a^2 + (-1)^c (b+1)^2\right) y^2 = (b+1)^2$



V. Аналитическая геометрия в пространстве

В пространстве рассматривается треугольная пирамида $A_1A_2A_3A_4$, вершины которой заданы своими координатами в пространственной прямоугольной декартовой системе координат

$$A_1(4,0,0) \qquad A_2(1,-2,a) \qquad A_3(3,3,b) \qquad A_4(6,-1,c)$$

V.1. Написать уравнение ребра A_1A_2

V.2. Написать уравнение грани $A_1A_3A_4$

V.3. Найти длину высоты H_{A_2}, написать ее уравнение и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью грани $A_1A_3A_4$

V.4. Определить расстояние между ребрами A_1A_2 и A_3A_4

<u>V.5.</u> Определить координаты точки A_2' симметричной A_2 относительно

a) плоскости грани $A_1A_3A_4$

b) прямой A_1A_3

V.6. Написать уравнение прямой, проходящей через начало координат и пересекающей прямые A_1A_2 и A_3A_4

VI. Поверхности второго порядка

VI.1. Рассматривая линию (L) как направляющую, составить уравнение

a) конической поверхности с вершиной в точке (0, 0, -c);

b) цилиндрической поверхности с образующими параллельными вектору $\vec{l} = \{1, 1, c\}$, если

$$(L): \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x + ay + (b+1)z = a \end{cases}$$

<u>VI.2.</u> Написать уравнение поверхности, образованной вращением прямой (K) вокруг оси аппликат, если

$$(\text{K})\colon \begin{cases} az = (b+1)x \\ y = c+1 \end{cases}$$

Содержание

5. Таблица отметок

Раздел тетради	Дата сдачи	Отметка	Фамилия преподавателя	Подпись преподавателя
Векторная алгебра				
Аналитическая геометрия на плоскости				
Аналитическая геометрия в пространстве				
Общая отметка по теме				