

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Интегралы и дифференциальные уравнения»

1. Перечень оценочных средств для компетенций, формируемых в результате освоения дисциплины

Код контролируемой компетенции	Способ оценивания	Оценочное средство
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Экзамен	Комплект контролирующих материалов для экзамена

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции представлены в разделе «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций» рабочей программы дисциплины «Интегралы и дифференциальные уравнения».

При оценивании сформированности компетенций по дисциплине «Интегралы и дифференциальные уравнения» используется 100-балльная шкала.

Критерий	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по традиционной шкале
Студент освоил изучаемый материал (основной и дополнительный), системно и грамотно излагает его, осуществляет полное и правильное выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций, способен ответить на дополнительные вопросы.	75-100	<i>Отлично</i>
Студент освоил изучаемый материал, осуществляет выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций с не принципиальными ошибками.	50-74	<i>Хорошо</i>
Студент демонстрирует освоение только основного материала, при выполнении заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций допускает отдельные ошибки, не способен систематизировать материал и делать выводы.	25-49	<i>Удовлетворительно</i>
Студент не освоил основное содержание изучаемого материала, задания в соответствии с	<25	<i>Неудовлетворительно</i>

индикаторами достижения компетенций не выполнены или выполнены неверно.		
---	--	--

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки уровня достижения компетенций в соответствии с индикаторами

1.Задача 1 Применяя интегралы по фигурам (кривая, плоская область, тело и поверхность в пространстве), их методы вычисления определить меру (длину, площадь, объём) соответствующих фигур.

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $r = p/(1 - \cos \varphi), \quad \varphi = \pi/4, \quad \varphi = \pi/2.$
2. Найти периметр одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью OX и линиями $y = \ln(\cos x), y = \ln(\sin x).$
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 = 4az, \quad x^2 + y^2 = 2cx, \quad z = 0.$

Вариант № 2

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = |\lg x|, \quad y = 0, \quad x = 0,1, \quad x = 10.$
2. Найти площадь части поверхности $y^2 = 2px$, заключённой между плоскостью XOY и поверхностью $z = \sqrt{2px - 4x^2}.$
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 = 4z^2, \quad x^2 + y^2 = 2y, \quad z = 0.$

Вариант № 3

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $x^2/4 + y^2 = 1, \quad x = y, \quad y = 0.$
2. Найти длину кривой $r = 2a \sin^2 (\varphi/2).$
3. Найти площадь части поверхности конуса $y^2 + z^2 = x^2,$ вырезанной цилиндрической поверхностью $x^2 = ay.$

Вариант № 4

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = x^2, \quad xy = 8, \quad x = 6.$
2. Найти длину петли линии $9ay^2 = x(x - 3a)^2.$
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
 $z = xy, \quad x + y = 1, \quad z = 0.$

Вариант № 5

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r^2 = a^2 \cos 2\varphi.$
2. Найти периметр фигуры, ограниченной линиями

$$y^3 = x^2, y = \sqrt{2 - x^2}.$$

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $z = y^2, x + 3y = 9, z = 0, x = 0, y = 0.$

Вариант № 6

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $x^2 = 4y, y = 8/(x^2 + 4).$
2. Найти длину дуги кривой $r = \sin^3(\varphi/3)$, если полярный угол
 изменяется от 0 до $\pi/2$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $x^2/4 + y^2 = 1, z = 12 - 3x - 4y, z = 0.$

Вариант № 7

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = a \cos 5\varphi$.
2. Найти длину дуги линии $x = e^{-t} \cos t, y = e^{-t} \sin t, z = e^{-t}$ от
 точки $A(1;0;1)$ до точки $O(0;0;0)$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 = 4x, z = x, z = 2x.$

Вариант № 8

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = 2^x, y = 2x - x^2, x = 0, x = 2.$
2. Найти длину дуги кривой $\varphi = \sqrt{r}$, если полярный радиус
 изменяется от 0 до 5.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2 = 5x, y = x, y = 0, z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}, z = 0.$

Вариант № 9

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = 3 + 2\cos \varphi$.
2. Найти длину дуги трактрисы $x = a(\cos t + t \operatorname{tg} \frac{t}{2}), y = a \sin t$,
 если параметр t изменяется от $\pi/2$ до $5\pi/6$.

3. Найти площадь части поверхности $y = \sqrt{x^2 + z^2}$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 1$.

Вариант № 10

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $y^2 = x^2(a^2 - x^2)$.
2. Найти длину контура, образованного линиями $y^2 = (x+1)^3$, $x = 4$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $y^2 = 4x$, $x = 1$, $z = 0$.

Вариант № 11

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 8$, $y = x^2/2$.
2. Найти длину дуги кривой, заданной уравнением $y = \int_{-\pi/2}^x \sqrt{\cos t} dt$, если абсцисса точки изменяется от 0 до $\pi/2$.

Указание: применить теорему Барроу.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y^2 + z^2 = 4ax$, $y^2 = ax$, $x = 3a$ (внутри цилиндра).

Вариант № 12

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = a^2$, $x + y = 5a/2$.
2. Найти длину линии $(y - \arcsin x)^2 = 1 - x^2$.
3. Найти площадь части поверхности $x^2/a + y^2/b = 2z$, расположенной внутри цилиндра $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.

Вариант № 13

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 1/x^{3/2}$, $y = 0$, $x = 1$.
2. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = R^2$, заключенной между плоскостью XOY и поверхностью $z = R + x^2/R$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = z$, $y = 5x$, $x = 1$, $z = 0$, $y = 0$.

Вариант № 14

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = a^3 / (a^2 + x^2), y = 0$.
2. Найти площадь части поверхности $y = 0,5x - 2, x \geq 0$,
ограниченной поверхностями $z = 0, z = 16 - x^2 - y^2$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $z = x^2 + y^2, z = x^2 - 2y^2, y = x, y = 2x, x = 1$.

Вариант № 15

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $3x + 2y - 6 = 0, 3x^2 - 2y = 0, y = 0$.
2. Найти длину кривой $r = a \sin \varphi$.
3. Найти площадь части поверхности конуса $y^2 + z^2 = x^2$,
расположенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = a^2$.

Вариант № 16

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = \arcsin x, x - 1 = 0, y = 0$.
2. Найти длину дуги пространственной кривой $z^2 = 2ax$,
 $9y^2 = 16xz$ от точки $O(0;0;0)$ до точки $A(2a; 8a/3; 2a)$.
3. Найти площадь части поверхности $z = (x^2 - y^2)/2$,
вырезанной цилиндром $x^2 + y^2 = 3$.

Вариант № 17

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $y = \sin x, y = (\operatorname{tg} x)/2 \quad (|x| < \pi/2)$.
2. Найти длину кривой $r = p/(1 + \cos \varphi)$, если $|\varphi| \leq \pi/2$.
3. Найти площадь части поверхности $z^2 = 2xy$ при $z \geq 0$,
 $0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 10$.

Вариант № 18

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = a \sin 3\varphi$.
2. Найти длину линии $x = a \cos^5 t$, $y = a \sin^5 t$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $y^2 + z^2 = 4x$, $y^2 = 4 - 4x$.

Вариант № 19

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $x^2 + y^2 = 1,25$, $y = 1/(2x)$ и лежащей в первой четверти.
2. Найти длину линии $x = \int_1^t \frac{\cos u}{u} du$, $y = \int_1^t \frac{\sin u}{u} du$ при $1 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 0$,
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$, $z = xy$, если $a \geq R$, $b \geq R$, $R > 0$.

Вариант № 20

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
 $ax = y^2$, $ay = x^2$.
2. Найти площадь цилиндрической поверхности $y = \sqrt{2px}$,
 $0 \leq x \leq 8p/9$, заключенной между плоскостями XOY и $z = y$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
 $x^2 + y^2/4 = z/3$, $x + z/3 = 2$.

2.Задача 2 Применяя интегралы по фигурам (кривая, плоская область, тело и поверхность в пространстве), их методы вычисления определить массу, статический момент, центр масс, момент инерции соответствующих фигур.

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1

1. Найти массу плоской фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2px$, $x = p/2$, если плотность $\rho = xy^2$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$, $z = 3$, $2x + y = 3$.

Вариант № 2

1. Найти массу круглой пластины $x^2 + y^2 \leq 4x$, если плотность $\rho = \sqrt{1 - (x^2 + y^2)} / 16$.
2. Найти момент инерции однородного отрезка **AB** длиной 9 ед. относительно оси, лежащей с ним в одной плоскости, если конец **A** отстоит от оси на 2 ед., а конец **B** на 4 ед.

Вариант № 3

1. Найти момент инерции относительно оси абсцисс одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, если плотность в каждой точке кривой пропорциональна ординате этой точки.
2. Найти координаты центра масс части поверхности

$$x^2 + z^2 - y^2 = 1, \quad z \geq 0,$$

вырезанной поверхностями $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$, $y = \pm x/\sqrt{3}$,

если плотность $\rho = 1 / \sqrt{1 + 2y^2}$.

Вариант № 4

1. Найти массу дуги гиперболы $xy = 1$ между точками **A**(1; 1) и **B**(2; 0,5), если плотность $\rho = x^6 y$.
2. Найти координаты центра масс части поверхности $z = (x^2 - y^2)/2$, вырезанной полуплоскостью $y = 0$, $x \geq 0$ и цилиндрической поверхностью, у которой образующая параллельна оси **OZ**, а направляющей является первый виток спирали $r = 2\varphi$ (лежит в плоскости **XOY**). Плотность $\rho = 1 / \sqrt{1 + x^2 + y^2}$.

Вариант № 5

1. Найти момент инерции относительно оси абсцисс плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2\sqrt{x}$, $x + y = 3$, $y = 0$, если плотность $\rho = x + y$.
2. Найти массу контура треугольника OAB с вершинами в точках $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(0;1)$, если плотность $\rho = x^2 + y$.

Вариант № 6

1. Найти массу плоской фигуры, ограниченной линиями $x = 2$, $y = x$, $xy = 1$, если плотность $\rho = (x/y)^2$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $x + y + z = 3$.

Вариант № 7

1. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 1$, если плотность $\rho = x + y + z$.
2. Найти полярный момент инерции части поверхности $z^2 = x^2 + y^2$, $z \geq 0$, вырезанной полуплоскостью $y = 0$, $x \geq 0$ и цилиндрической поверхностью, у которой образующая параллельна оси OZ , а направляющей является первый виток спирали $r = 3\varphi$ (в плоскости XOY). Плотность $\rho = 1/(x^2 + y^2)$.

Вариант № 8

1. Найти массу плоской фигуры, ограниченной эллипсом $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, если плотность $\rho = |xy|$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x + y = 1$, $x^2 + y^2 = z$ и координатными плоскостями.

Вариант № 9

1. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$, если плотность $\rho = x^2 + y^2$.
2. Найти момент инерции относительно оси ординат части поверхности $y^2 - x^2 - z^2 = 1$, вырезанной поверхностью

$x^2 + z^2 = 8$, если плотность $\rho = 1/\sqrt{1+2(x^2 + z^2)}$.

Вариант № 10

1. Найти массу дуги кривой $x = at$, $y = at^2/2$, $z = at^3/3$ между точками $O(0;0;0)$ и $A(a;a/2;a/3)$, если плотность $\rho = \sqrt{2y/a}$.
2. Найти момент инерции однородной конической оболочки $0 \leq z \leq \sqrt{5}$, $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = \frac{z^2}{5}$ относительно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z - \sqrt{5}}{0}$.

Вариант № 11

1. Найти массу части эллипса $x = acost$, $y = bsint$, лежащей в первой четверти, если плотность $\rho = xy$.
2. Найти момент инерции шара $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ относительно его диаметра, если плотность $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Вариант № 12

1. Найти массу контура, образованного линиями $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 3$, если плотность $\rho = x^2$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = a^2$, $z = \frac{h}{a}\sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 0$.

Вариант № 13

1. Найти массу дуги кривой $x = \ln(1 + t^2)$, $y = 2\arctg t - t + 3$, если абсцисса точки изменяется от 0 до $\ln 2$, а плотность $\rho = ye^{-x}$.
2. Найти момент инерции относительно оси OZ однородного тела, ограниченного поверхностями $x + y + z = 2$, $x^2 + y^2 = 2$, $z = 0$.

Вариант № 14

1. Найти момент инерции однородного контура треугольника PQR с вершинами (в полярной системе координат) $P(a;0)$, $Q(a; 2\pi/3)$, $R(a; 4\pi/3)$ относительно полюса.

2. Найти координаты центра масс части поверхности

$x^2 + z^2 = y^2$, $y \geq 0$, $z \geq 0$, вырезанной цилиндром $x^2 + y^2 = 9$,
если плотность $\rho = \sqrt{y^2 - x^2}$.

Вариант № 15

1. Найти момент инерции относительно начала координат однородной дуги эвольвенты окружности $x = a(\cos t + t \sin t)$,
 $y = a(\sin t - t \cos t)$, $t \in [0, 2\pi]$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + z^2 = a^2$, $y^2 + z^2 = a^2$ ($z \geq 0$).

Вариант № 16

1. Найти момент инерции относительно плоскости XOZ однородной пирамиды, ограниченной плоскостями $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
2. Найти массу полной поверхности конуса $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$,
если плотность $\rho = x^2 + y^2$.

Вариант № 17

1. Найти момент инерции относительно оси OZ одного витка однородной винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = \frac{h}{2\pi} t$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 2z$, $x + y = z$.

Вариант № 18

1. Найти координаты центра масс однородной плоской фигуры, ограниченной линией $y^2 = x^2 - x^4$, $x \geq 0$.
2. Найти массу части поверхности $x^2 = 2z$, вырезанной поверхностями $y^2 = 8z$, $z = 1,5$, если плотность $\rho = z$.

Вариант № 19

1. Найти момент инерции относительно плоскости XOZ однородного тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = h$.
2. Найти массу части поверхности $x^2/9 + z^2/4 = 1$, вырезанной поверхностью $x^2/9 + y^2 = 1$, если $\rho = |x|/\sqrt{81 - 5x^2}$.

Вариант № 20

1. Найти момент инерции относительно начала координат однородного тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 4$.
2. Найти координаты центра масс части поверхности $2x = y^2 + z^2$, вырезанной поверхностями $y = \pm x$, $x = 2$, если плотность $\rho = \sqrt{2x - y^2}$.

3.Задача 3 Применяя криволинейные интегралы 2-го рода, их методы вычисления определить работу, циркуляцию векторного поля вдоль кривой.

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Варианты заданий

Вариант № 1

1. Найти работу векторного поля силы $\vec{F} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ вдоль дуги винтовой линии $x = R \cos t$, $y = R \sin t$, $z = \frac{t}{2\pi}$ от точки A пересечения этой линии с плоскостью $z = 0$ до точки B пересечения с плоскостью $z = 1$.

Вариант № 2

1. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{F} = (xz + y)\vec{i} + (yz - x)\vec{j} - (x^2 + y^2)\vec{k}$ вдоль контура $L: \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 = z^2, z = 1\}$.

Вариант № 3

1. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{F} = y^2\vec{i} + x^2\vec{j}$ вдоль контура $L: \{(x, y) \mid x + y = -1, x = 0, y = 0\}$ в положительном направлении.

Вариант № 4

1. Найти циркуляцию векторного поля силы $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} + (y^2 - x^2)\vec{j} + \vec{k}$ вдоль контура $L: \begin{cases} x + y + z = \pi, \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$

Вариант № 5

1. Найти работу векторного поля силы $\vec{F} = \left(x^2 + \frac{1}{y}\right)\vec{i} + xy\vec{j}$ вдоль линии $y = \frac{1}{x}$ от точки $A(1, 1)$ до точки $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$.

Вариант № 6

1. Найти работу векторного поля силы

$$\vec{F} = (x^2 - y)\vec{i} + (y^2 - 2xy)\vec{j} \quad \text{вдоль линии } y = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

в направлении возрастания x .

Вариант № 7

1. Найти работу векторного поля силы

$$\vec{F} = xy\vec{i} + (x + z)\vec{j} + 2x\vec{k} \quad \text{вдоль кривой } L: \begin{cases} z = 1 - x^2 - y^2, \\ y = x, \end{cases}$$

если абсцисса точки приложения этой силы изменяется от 0 до $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Вариант № 8

1. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{F} = y\vec{i} + x^2\vec{j} - z\vec{k}$

$$\text{вдоль контура } L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z = 3. \end{cases}$$

Вариант № 9

1. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{F} = -z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$

вдоль контура эллипса $3x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $y = x$. Направление обхода – против часовой стрелки, если смотреть из точки $A(1, 0, 0)$.

Указание: использовать параметрическое задание эллипса.

Вариант № 10

1. Найти работу векторного поля силы

$$\vec{F} = (y^2 - z^2)\vec{i} + 2yz\vec{j} - x^2\vec{k} \quad \text{вдоль линии } L: \begin{cases} y = x^2, \\ z = x^3 \end{cases} \quad \text{при}$$

изменении абсциссы точки от 0 до 1.

Вариант № 11

1. Найти работу векторного поля силы $\vec{F} = (x + y)\vec{i} + 2x\vec{j} + e^z\vec{k}$, если её точка приложения описывает дугу окружности $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z = 1, \end{cases}$ соответствующую положительным значениям x и y , от точки $A(2, 0, 1)$ до точки $B(0, 2, 1)$.

Вариант № 12

1. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{F} = xy\vec{i} + (x + y)\vec{j}$ вдоль контура треугольника ABC , если $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $C(0, 2)$.

Вариант № 13

1. Найти работу векторного поля силы $\vec{F} = [\vec{a}, \vec{r}]$ вдоль отрезка прямой OM , если $\vec{a}$ – постоянный вектор, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, $O(0, 0, 0)$, $M(1, 1, 1)$.

Вариант № 14

1. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{F} = 2xz\vec{i} - y\vec{j} + z\vec{k}$ по контуру, образованному пересечением плоскости $x + y + 2z = 2$ с координатными плоскостями.

Вариант № 15

1. Найти работу векторного поля силы, направленной к началу координат, величина которой пропорциональна удалению материальной точки от начала координат, если эта точка описывает часть эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ в первом квадранте в направлении против часовой стрелки.

Вариант № 16

1. Найти работу векторного поля силы $\vec{F} = (2y - 6xy^3)\vec{i} + (2x - 9x^2y^2)\vec{j}$ вдоль кубической параболы $y = \frac{1}{4}x^3$ от точки $A(0, 0)$ до точки $B(2, 2)$.

Вариант № 17

1. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{F} = ye^{xy}\vec{i} + xe^{xy}\vec{j} + xyz\vec{k}$ вдоль линии, получаемой пересечением конуса $x^2 + y^2 = (z - 1)^2$ с первыми четвертями координатных плоскостей.

Вариант № 18

1. Вычислить циркуляцию векторного поля $\vec{F} = y^2\vec{i} + z^2\vec{j}$ вдоль контура $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ 3y + 4z = 5. \end{cases}$

Вариант № 19

1. Найти циркуляцию векторного поля $\vec{F} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$ вдоль контура $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

Вариант № 20

1. Дано векторное поле скоростей $\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$ точек твёрдого тела, вращающегося с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}$ вокруг оси OZ (вектор $\vec{\omega}$ направлен по оси OZ). Определить циркуляцию этого поля вдоль окружности $x^2 + y^2 = a^2, z = 0$.

4.Задача 4 Применяя поверхностные интегралы 2-го рода, их методы вычисления определить поток векторного поля через поверхность.

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Варианты заданий

Вариант № 1

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z^2 \vec{k}$ через нижнюю сторону части параболоида $x^2 + y^2 = a(a - 2z)$, расположенной во втором октанте.

Вариант № 2

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = (x - y)\vec{i} + (y - x)\vec{j} + 2z\vec{k}$ через нижнюю сторону части поверхности $x^2 + y^2 = 2z$, вырезанной поверхностями $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)$ и $y = 0$ и расположенной в I октанте.

Вариант № 3

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y \vec{j} + z^3 \vec{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$, вырезанной поверхностью $\frac{x^2}{4} + z^2 = 1$ при $y \geq 0$.

Вариант № 4

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x^3 \vec{i} + \sqrt[3]{z} \vec{j} + \sqrt[3]{y} \vec{k}$ через верхнюю сторону части поверхности $y^{2/3} + z^{2/3} = 3^{2/3}$, вырезанной поверхностью $x^{2/3} + y^{2/3} = 3^{2/3}$, координатными плоскостями и расположенной в I октанте.

Вариант № 5

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = z \vec{i} - y \vec{j} + 2z \vec{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности, задаваемой соотношениями $3x + 2y + z = 6$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = (x+z)\vec{i} + (x+y)\vec{j} + (y+z)\vec{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности, задаваемой уравнениями $x^2 + y^2 = R^2$, $x + y + z = R$, $z = 0$.

Вариант № 7

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = (x^2 - 3)\vec{i} + y^2\vec{j} + z\vec{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $y^2 = 8z$, вырезанной поверхностями $x^2 = 8z$ и $z = 2$.

Вариант № 8

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = 2x\vec{i} + (1 - 2y)\vec{j} + 2z\vec{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности, задаваемой уравнениями $x^2 + z^2 = 1 - 2y$ и $y = 0$.

Вариант № 9

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = yz\vec{i} + xz\vec{j} + xy\vec{k}$ через внешнюю сторону боковой поверхности пирамиды с вершиной в точке $D(0, 0, 2)$ и основанием ABC , где $A(0, 0, 0)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$.

Вариант № 10

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x^3\vec{i} + y^3\vec{j} + z^3\vec{k}$ через внешнюю сторону поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Вариант № 11

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = \vec{i} + x\sqrt{x^2 - y^2}\vec{j} - x\vec{k}$ через верхнюю сторону части поверхности $x^2 - y^2 = z^2$, вырезанной плоскостями $y = 0$, $x + y = 2$ и расположенной в первом октанте.

Вариант № 12

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = xy\vec{i} - x\vec{j} - y\vec{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности, задаваемой уравнениями $x^2 + z^2 = y^2$ и $y = 1$.

Вариант № 13

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x^2\vec{i} + y^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ через внешнюю сторону поверхности куба $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 3$, $0 \leq z \leq 3$.

Вариант № 14

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = (x - z)\vec{i} + (y + z)\vec{j} + (x - y)\vec{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $x^2 + y^2 = a^2$, вырезанной плоскостями $z = x$ и $z = 0$ при $z \geq 0$.

Вариант № 15

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x\vec{i} + z\vec{j} + z^2\vec{k}$ через нижнюю сторону нижней части поверхности $y^2 + z^2 = 8x$, вырезанной плоскостями $y^2 = 2x$ и $x = 2$.

Вариант № 16

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = y\vec{i} + x\vec{j} + z\vec{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, вырезанной поверхностями $4y^2 - z^2 = 1$, $z = \pm 1$ при $x \geq 0$.

Вариант № 17

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x\vec{i} + (x + y)\vec{j} + (z - y)\vec{k}$ через внешнюю сторону части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, расположенной в первом октанте.

Вариант № 18

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = (1-x)\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ через нижнюю сторону части поверхности $z^2 = 2xy$, вырезанной поверхностями $x=0$, $x=4$, $y=0$, $y=9$ при $z \geq 0$.

Вариант № 19

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = z\vec{i} - x\vec{j} + y\vec{k}$ через плоский треугольник Σ , получаемый при пересечении плоскости $3x + 6y - 2z = 6$ с координатными плоскостями. Выбрать верхнюю сторону треугольника.

Вариант № 20

1. Найти поток векторного поля $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ через верхнюю сторону части поверхности $z = \sqrt{6x}$, вырезанной поверхностями $y^2 = 6x$ и $x=2$.

5.Задача 5 Применяя криволинейные интегралы 2-го рода, их методы вычисления определить потенциал потенциального векторного поля.

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Варианты заданий

1. Проверить, что поле

$$\overline{F} = \left(e^{-x} - \frac{2}{yx^3} \right) \bar{i} + \left(\sin 3y - \frac{1}{x^2 y^2} \right) \bar{j}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 2

1. Проверить, что поле

$$\overline{F} = (2x + 2yz) \bar{i} + (2y + 2xz) \bar{j} + (2z + 2xy) \bar{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 3

1. Проверить, что поле

$$\overline{F} = (4x + yz) \bar{i} + (4y + xz) \bar{j} + (4z + xy) \bar{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 4

1. Показать, что поле $\overline{F} = \left(\frac{1}{x-1} + \frac{\cos x}{y-1} \right) \bar{i} + \frac{1}{(y-1)^2} \bar{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 5

1. Показать, что поле $\overline{F} = \left(\ln y + \frac{y}{x} - x \right) \bar{i} + \left(\ln x + \frac{x}{y} + 1 \right) \bar{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 6

1. Показать, что поле $\overline{F} = \left(2xy - \frac{1}{x^2} \right) \bar{i} + \left(x^2 - \frac{2}{y^2} \right) \bar{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 7

1. Показать, что поле

$$\vec{F} = (2x + yz)\vec{i} + (2y + xz)\vec{j} + (2z + xy)\vec{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 8

1. Показать, что поле

$$\vec{F} = (2x - 4yz)\vec{i} + (2y - 4xz)\vec{j} + (2z - 4xy)\vec{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 9

1. Показать, что поле $\vec{F} = \left(\frac{1}{x+y} + 2 \right) \vec{i} + \left(\frac{1}{x+y} + 3 \right) \vec{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 10

1. Показать, что поле $\vec{F} = \frac{1+xy}{x} \vec{i} + \frac{1+xy}{y} \vec{j}$ потенциально

и найти его потенциал.

Вариант № 11

1. Показать, что поле

$$\vec{F} = (2x - yz)\vec{i} + (2y - xz)\vec{j} + (2z - xy)\vec{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 12

1. Показать, что поле $\vec{F} = \frac{x \ln y + y}{x} \vec{i} + \frac{y \ln x + x}{y} \vec{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 13

1. Показать, что поле $\vec{F} = \frac{x+y}{xy} \vec{i} + \frac{y-x}{y^2} \vec{j}$ потенциально

и найти его потенциал.

Вариант № 14

1. Показать, что поле

$$\vec{F} = (3x^2 + 4yz)\vec{i} + (3y^2 + 4xz)\vec{j} + (3z^2 + 4xy)\vec{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 15

1. Показать, что поле

$$\vec{F} = (-2x - yz)\vec{i} + (-2y - xz)\vec{j} + (-2z - xy)\vec{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 16

1. Показать, что поле

$$\vec{F} = (3x^2 - 2xy + y)\vec{i} - (x^2 + 3y^2 - x + 4y)\vec{j}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 17

1. Проверить, что поле

$$\vec{F} = (y^2 e^{xy^2} + 3)\vec{i} + (2xye^{xy^2} - 1)\vec{j}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 18

1. Показать, что поле $\vec{F} = \left(\frac{2}{x^2} + \cos^2 y\right)\vec{i} + (y - x \sin 2y)\vec{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 19

1. Проверить, что поле $\vec{F} = (2x - 3yz)\vec{i} + (2y - 3xz)\vec{j} + (2z - 3xy)\vec{k}$ потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 20

1. Проверить, что поле

$$\vec{F} = (20x^3 - 21x^2y + 2y)\vec{i} - (7x^3 - 2x - 3)\vec{j}$$

потенциально и найти его потенциал.

6.Задача 6 Применение математического аппарата дифференциальных уравнений для решения задач механики и геометрии.

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1

1. Тело, выйдя из состояния покоя, движется со скоростью, которая определяется в каждый момент времени t по формуле $v = 5t^2$ м/с. Найти закон движения тела и путь, пройденный телом за 3 с.

Вариант № 2

1. Скорость обесценивания оборудования вследствие его износа пропорциональна в каждый данный момент времени t его фактической стоимости $A(t)$. Начальная стоимость A_0 . Какова будет стоимость оборудования по истечении 10 лет, если за первые два года оно обесценилось на 10%?

Вариант № 3

1. Тело массы M падает по вертикали с некоторой высоты без начальной скорости. При падении тело испытывает сопротивление воздуха, пропорциональное квадрату скорости тела. Найти скорость $v(t)$ движения тела в любой момент времени t , если $v(1)=10$.

Вариант № 4

1. Замедляющее действие трения на диск, вращающийся в жидкости, пропорционально угловой скорости вращения ω . Найти зависимость этой угловой скорости от времени, если известно, что диск, начав вращаться со скоростью 100 об/мин, по истечении 1 минуты вращается со скоростью 60 об/мин.

Вариант № 5

1. Материальная точка массой в 1 г движется прямолинейно под действием силы, прямо пропорциональной времени, отсчитываемому от момента $t = 0$, и обратно пропорциональной скорости движения точки. В момент $t = 10$ с скорость равнялась 50 см/с, а сила – $4 \text{ г} \cdot \text{см}/\text{с}^2$. Найти скорость через 30 с после начала движения.

Вариант № 6

1. Локомотив движется по горизонтальному участку пути со скоростью 72 км/час . Через сколько времени и на каком расстоянии после начала торможения он будет остановлен, если сопротивление движению после начала торможения равно $0,2$ его веса.

Вариант № 7

1. Найти закон движения и скорость движущегося тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в 8 м от начала отсчёта пути и имело скорость 24 м/с .

Вариант № 8

1. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 5 м/с . На полном ходу её мотор выключается и через 40 секунд после этого скорость лодки уменьшается до 2 м/с . Определить скорость лодки через 2 минуты после остановки мотора, считая, что сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки.

Вариант № 9

1. Количество света, поглощаемого при прохождении через слой воды, пропорционально количеству падающего света и толщине слоя. Если при прохождении слоя воды толщиной 3 м поглощается половина первоначального количества света, то какая часть этого количества дойдёт до глубины 30 м ?

Вариант № 10

1. Корабль замедляет своё движение под действием силы сопротивления воды, которая пропорциональна скорости корабля. Начальная скорость корабля 10 м/с , скорость его через 5 секунд равна 8 м/с . Через сколько секунд скорость корабля уменьшится до 1 м/с ?

Вариант № 11

1. Скорость распада радиоактивного вещества пропорциональна его наличному количеству. За 30 дней распалось 50% первоначального количества вещества. Через сколько времени останется 1% от первоначального количества ?

Вариант № 12

1. Определить путь S , пройденный телом за время t , если его скорость пропорциональна проходимому пути и если тело проходит 100 м за 10 секунд, а 200 м за 15 секунд.

Вариант № 13

1. Пуля входит в доску толщиной $h = 10$ см со скоростью $v_0 = 200$ м/с, а вылетает из доски, пробив её, со скоростью $v_1 = 80$ м/с. Считая, что сила сопротивления доски движению пули пропорциональна квадрату скорости движения, найти время движения пули через доску.

Вариант № 14

1. Материальная точка массой 1 г движется прямолинейно под действием силы, прямо пропорционально времени, отсчитываемому от момента $t = 0$ и обратно пропорциональной квадрату скорости движения точки. В момент $t = 10$ с скорость равнялась 3 см/с, а сила – 20 г·см/с². Какова будет скорость спустя минуту после начала движения ?

Вариант № 15

1. Футбольный мяч весом 0,4 кг брошен вверх со скоростью 20 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости и равно 0,48 г при скорости 1 м/с. Вычислить время подъёма мяча и наибольшую высоту подъёма.

Вариант № 16

1. Кривая проходит через точку $A(1; 0)$ и обладает тем свойством, что тангенс угла наклона между касательной и положительным направлением оси Ox равен обратной величине ординаты точки касания. Найти уравнение кривой.

Вариант № 17

1. Найти кривые, у которых точка пересечения любой касательной с осью Ox имеет абсциссу вдвое меньшую абсциссы точки касания.

Вариант № 18

1. Найти кривые, для которых площадь треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная 4.

Вариант № 19

1. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $A(-1; -1)$ и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси Ox касательной, проведённой в любой точке кривой, равен квадрату абсциссы точки касания.

Вариант № 20

1. Найти кривые, у которых тангенс угла между касательной и положительным направлением оси Ox обратно пропорционален абсциссе точки касания.

7.Задача7. Применяя математический аппарат функциональных рядов, методы математического анализа и моделирования уметь решать задачи:

1)используя разложение функции в ряд Тейлора, вычислить приближённо значение функции, определённый интеграл

2)приближение функции тригонометрическими многочленами (ряды Фурье) при изучении периодических явлений и процессов.

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Вариант № 1

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{9}{20 - x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2 \quad (\text{по определению } \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}).$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - |x|$, $-1 < x < 1$ в ряд Фурье.

4. Вычислить $\int_0^{0,5} \cos 4x^2 dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 2

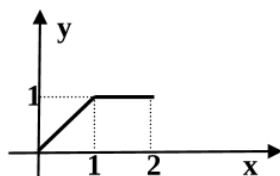
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x^2 \sqrt{4 - 3x}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 - x - 6x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по синусам:



4. Вычислить $\int_0^{0,5} e^{-\frac{3x^2}{25}} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 3

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{6}{8 + 2x - x^2}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = 4 - x$ в интервале $[0, 4]$ в ряд Фурье по косинусам.

4. Вычислить $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1 + 2x)}{x} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 4

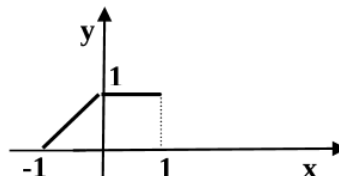
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости:

$$f(x) = \ln(1 - x - 12x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2} \quad (\text{по определению } \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}).$$

3. Разложить в ряд Фурье функцию



4. Вычислить $\int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 5

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{5}{6 + x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{4 - 5x}}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} -2, & 0 < x < \pi \\ -3, & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 6

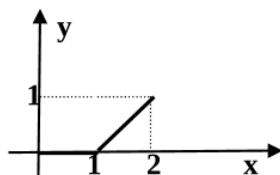
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x \cos 5x + \sin 5x$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 + 2x - 8x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по косинусам:



4. Вычислить $\int_0^{0,1} \sin(100x^2) dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 7

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{5}{6 - x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x \sqrt[3]{27 - 2x}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = \frac{3}{2}|x| - 1$ в ряд Фурье на промежутке $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

4. Вычислить $\int_0^1 \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{x}{5}\right) dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 8

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 - x - 20x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = (2 - e^x)^2$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$, $x \in [0, 2]$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27 + x^3}}$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 9

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{9}{20 - x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2 \quad (\text{по определению } \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}).$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - |x|$, $-1 < x < 1$ в ряд Фурье.

4. Вычислить $\int_0^{0,5} \cos 4x^2 dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 10

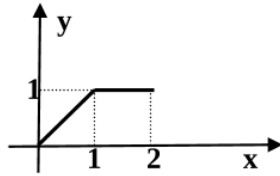
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x^2 \sqrt{4-3x}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1-x-6x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по синусам:



4. Вычислить $\int_0^{0.5} e^{-\frac{3x^2}{25}} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 11

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{6}{8+2x-x^2}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = 4-x$ в интервале $[0, 4]$ в ряд Фурье по косинусам.

4. Вычислить $\int_0^{0.1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 12

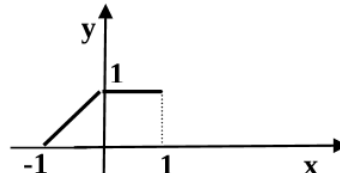
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости:

$$f(x) = \ln(1-x-12x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2} \quad (\text{по определению } \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}).$$

3. Разложить в ряд Фурье функцию



4. Вычислить $\int_0^{0.2} \frac{1-e^{-x}}{x} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 13

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{5}{6 + x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{4 - 5x}}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} -2, & 0 < x < \pi \\ -3, & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{0.3} e^{-2x^2} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 14

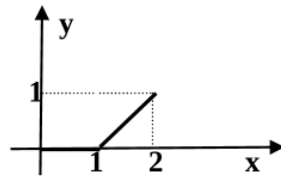
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x \cos 5x + \sin 5x$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 + 2x - 8x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по косинусам:



4. Вычислить $\int_0^{0.1} \sin(100x^2) dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 15

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{5}{6 - x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x \sqrt[3]{27 - 2x}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = \frac{3}{2}|x| - 1$ в ряд Фурье на промежутке $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

4. Вычислить $\int_0^1 \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{x}{5}\right) dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.
-

Вариант № 16

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 - x - 20x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = (2 - e^x)^2$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$, $x \in [0, 2]$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27 + x^3}}$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 17

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{9}{20 - x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\operatorname{sh} 2x}{x} - 2 \quad (\text{по определению } \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}).$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - |x|$, $-1 < x < 1$ в ряд Фурье.

4. Вычислить $\int_0^{0,5} \cos 4x^2 dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 18

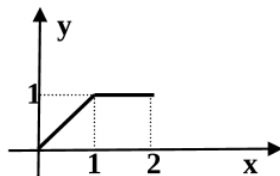
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x^2 \sqrt{4 - 3x}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 - x - 6x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по синусам:



4. Вычислить $\int_0^{0,5} e^{-\frac{3x^2}{25}} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 19

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{6}{8 + 2x - x^2}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = 4 - x$ в интервале $[0, 4]$ в ряд Фурье по косинусам.

4. Вычислить $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 20

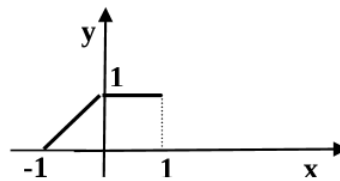
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости:

$$f(x) = \ln(1 - x - 12x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\operatorname{ch} 3x - 1}{x^2} \quad (\text{по определению } \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}).$$

3. Разложить в ряд Фурье функцию



4. Вычислить $\int_0^{0,2} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 21

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{5}{6 + x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{4 - 5x}}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} -2, & 0 < x < \pi \\ -3, & \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{0,3} e^{-2x^2} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 22

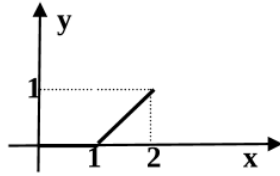
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x \cos 5x + \sin 5x$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 + 2x - 8x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по косинусам:



4. Вычислить $\int_0^{0.1} \sin(100x^2) dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 23

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{5}{6 - x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x \sqrt[3]{27 - 2x}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = \frac{3}{2}|x| - 1$ в ряд Фурье на промежутке $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

4. Вычислить $\int_0^1 \frac{1}{x} \ln\left(1 + \frac{x}{5}\right) dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 24

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 - x - 20x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = (2 - e^x)^2$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$, $x \in [0, 2]$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{1.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27 + x^3}}$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

анализа и моделирования для решения задач:

1) Найти значения функций;

2) Найти все решения уравнения;

3) Проверить выполнение условий Коши-Римана. Найти аналитическую функцию по её действительной или мнимой части

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

1. Найти действительную и мнимую части указанного выражения. В случае многозначной функции найти все значения.

- | | |
|---|---|
| 1. $(1+i)^i$. | 2. $\ln\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)$. |
| 3. $\sin(-1-2i)$. | 4. $\cos(2+i)$. |
| 5. $(1+i\sqrt{3})^{2i}$. | 6. $\sin(2+3i)$. |
| 7. 2^{-i} . | 8. $\operatorname{tg}(-2i)$. |
| 9. $(1-i)^{-i}$. | 10. $\operatorname{Ln}\left(\frac{-\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{2}\right)$. |
| 11. $\operatorname{sh}\left(1+\frac{\pi i}{2}\right)$. | 12. $\cos(-1+2i)$. |
| 13. $\sin(1+2i)$. | 14. $(\sqrt{3}-i)^i$. |
| 15. $(1-i\sqrt{3})^{1+i}$. | 16. $(-1)^i$. |
| 17. $\cos(1-2i)$. | 18. $\sin(2-i)$. |
| 19. $\sin(i \ln 3)$. | 20. $(1+i)^{-i}$. |
| 21. $\operatorname{tg} 2i$. | 22. $\cos(2-i)$. |
| 23. $(i-1)^i$. | 24. $\sin(1-2i)$. |
| 25. $\operatorname{ch}(\ln 2+\pi i)$. | |

2. Найти все решения уравнения.

- | | |
|------------------------------|---|
| 1. $\sin z = i$. | 2. $\operatorname{sh} z = \frac{i}{2}$. |
| 3. $\cos z = \frac{13}{5}$. | 4. $\operatorname{ch} z = 0$. |
| 5. $\sin z = 5$. | 6. $e^{2iz} - (2i+1)e^{iz} + (i-1) = 0$. |

$$7. \operatorname{sh} z = \frac{1}{2}.$$

$$8. e^{2z} - 3ie^z = 2.$$

$$9. \cos z = \frac{3i}{4}.$$

$$10. \sin z = 10.$$

$$11. \operatorname{ch} z = \frac{15i}{8}.$$

$$12. e^{2iz} - ie^{iz} + 2 = 0.$$

$$13. \cos z = \frac{5}{3}.$$

$$14. \sin z = \frac{17}{8}.$$

$$15. e^{2iz} - 8ie^{iz} - 15 = 0.$$

$$16. \sin z = \frac{3i}{4}.$$

$$17. \operatorname{ch} z = \frac{1}{2}.$$

$$18. e^{2z} - 2ie^z + 8 = 0.$$

$$19. \operatorname{sh} z = 0.$$

$$20. \sin z = -\frac{12i}{5}.$$

$$21. e^{2z} + i = (i+1)e^z.$$

$$22. \cos z = -\frac{5}{4}.$$

$$23. \cos z = \frac{15i}{8}.$$

$$24. \sin z = \frac{5}{3}.$$

$$25. \operatorname{sh}(iz) = -i.$$

3. Найти действительную и мнимую части функции $f(z)$, проверить выполнение условий Коши-Римана.

$$1. f(z) = z(z - 3).$$

$$2. f(z) = ze^{-z}.$$

$$3. f(z) = \frac{1}{z}.$$

$$4. f(z) = i \cos z.$$

$$5. f(z) = (z - i)^2.$$

$$6. f(z) = \frac{z+1}{z-2}.$$

$$7. f(z) = z^3 + 1.$$

$$8. f(z) = \sin 2z.$$

9. $f(z) = z + \frac{1}{z}$.
10. $f(z) = e^{2z}$.
11. $f(z) = \frac{z}{z+i}$.
12. $f(z) = (z+1)^2$.
13. $f(z) = sh z$.
14. $f(z) = ze^z$.
15. $f(z) = e^{3-2z}$.
16. $f(z) = i(z^2 - 5)$.
17. $f(z) = ie^{2z}$.
18. $f(z) = \cos 2z$.
19. $f(z) = (z-2)(z+i)$.
20. $f(z) = e^{2z-i}$.
21. $f(z) = z^2 - 3z + 1$.
22. $f(z) = e^{-iz}$.
23. $f(z) = \frac{i+1}{z}$.
24. $f(z) = ch z$.
25. $f(z) = iz^3 + z^2$.

4. Восстановить аналитическую функцию $f(z)$ по её действительной $u(x, y)$ или мнимой $v(x, y)$ части.

1. $u(x, y) = \frac{1}{2} \cos y (e^x + e^{-x}), f(0) = 1$.
2. $v(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 2xy, f(0) = 0$.
3. $u(x, y) = x^2 - y^2 - 2x - y, f(0) = -2i$.
4. $v(x, y) = 2xy - 3y, f(0) = 1$.
5. $u(x, y) = -2xy, f(0) = -5i$.
6. $v(x, y) = 3x^2y - y^3, f(0) = 1$.
7. $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2), f(1) = 0$.
8. $v(x, y) = 6 - 3y, f(2i) = 1$.
9. $u(x, y) = x^2 - y^2 + 2x + 1, f(0) = 1$.

10. $v(x, y) = x^2 - y^2, f(0) = 3.$
11. $u(x, y) = x^2 - y^2 - 8x, f(0) = 0.$
12. $v(x, y) = 2xy - 2x, f(0) = -1.$
13. $u(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, x > 0, f(1) = 0.$
14. $v(x, y) = 6x^2y - 2y^3 + 4y, f(0) = 0.$
15. $u(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}, f(1) = i.$
16. $v(x, y) = 2x - y - 1, f(0) = 2 - i.$
17. $u(x, y) = x(y - 1), f(0) = 2i.$
18. $v(x, y) = 3x^2(y - 1) - (y - 1)^3, f(i) = 0.$
19. $u(x, y) = x + e^x \cos y, f(0) = 1.$
20. $v(x, y) = e^{-2y} \cos 2x, f(0) = i.$
21. $u(x, y) = y^3 - 3x^2y + x^2 - y^2, f(i) = 0.$
22. $v(x, y) = 3x + 5y + 2, f(0) = 1 + 2i.$
23. $u(x, y) = x + \frac{x}{x^2 + y^2}, f(1) = 2.$
24. $v(x, y) = 6xy - 7x, f(i) = -10.$
25. $u(x, y) = 2x^3 - 6xy^2 + 4x, f(1) = 6.$

4. Файл и/или БТЗ с полным комплектом оценочных материалов прилагается.