ПРИЛОЖЕНИЕ А
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Интегралы и дифференциальные уравнения»

1. Перечень оценочных средств для компетенций, формируемых в результате освоения дисциплины

Код контролируемой компетенции	Способ оценивания	Оценочное средство
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	Экзамен	Комплект контролирующих материалов для экзамена

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции представлены в разделе «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций » рабочей программы дисциплины «Интегралы и дифференциальные уравнения».

При оценивании сформированности компетенций по дисциплине «Интегралы и дифференциальные уравнения» используется 100-балльная шкала.

Критерий	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по традиционной шкале
Студент освоил изучаемый материал (основной и дополнительный), системно и грамотно излагает его, осуществляет полное и правильное выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций, способен ответить на дополнительные вопросы.	75-100	*Отлично*
Студент освоил изучаемый материал, осуществляет выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций с непринципиальными ошибками.	50-74	*Хорошо*
Студент демонстрирует освоение только основного материала, при выполнении заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций допускает отдельные ошибки, не способен систематизировать материал и делать выводы.	25-49	*Удовлетворительно*
Студент не освоил основное содержание изучаемого материала, задания в соответствии с индикаторами достижения компетенций не выполнены	<25	*Неудовлетворительно*

или выполнены неверно.		

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки уровня достижения компетенций в соответствии с индикаторами

1.Задача 1 Применяя интегралы по фигурам (кривая, плоская область, тело и поверхность в пространстве), их методы вычисления определить меру (длину, площадь, объём) соответствующих фигур.

Компетенция	**Индикатор достижения компетенции**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$$r = p/(1-\cos\varphi), \quad \varphi = \pi/4, \quad \varphi = \pi/2.$$
2. Найти периметр одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью OX и линиями $y = \ln(\cos x)$, $y = \ln(\sin x)$.
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
$$x^2 + y^2 = 4az, \qquad x^2 + y^2 = 2cx, \qquad z = 0.$$

Вариант № 2

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$$y = |\lg x|, \quad y = 0, \quad x = 0{,}1, \quad x = 10.$$
2. Найти площадь части поверхности $y^2 = 2px$, заключённой между плоскостью XOY и поверхностью $z = \sqrt{2px - 4x^2}$.
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
$$x^2 + y^2 = 4z^2, \quad x^2 + y^2 = 2y, \quad z = 0.$$

Вариант № 3

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$$x^2/4 + y^2 = 1, \quad x = y, \quad y = 0.$$
2. Найти длину кривой $r = 2a\sin^2(\varphi/2)$.
3. Найти площадь части поверхности конуса $y^2 + z^2 = x^2$, вырезанной цилиндрической поверхностью $x^2 = ay$.

Вариант № 4

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$$y = x^2, \quad xy = 8, \quad x = 6.$$
2. Найти длину петли линии $9ay^2 = x(x-3a)^2$.
3. Найти объём тела, ограниченного поверхностями
$$z = xy, \quad x + y = 1, \quad z = 0.$$

Вариант № 5

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r^2 = a^2\cos 2\varphi$.
2. Найти периметр фигуры, ограниченной линиями

$y^3 = x^2,\ y = \sqrt{2 - x^2}$.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
$z = y^2,\ x + 3y = 9,\ z = 0,\ x = 0,\ y = 0.$

Вариант № 6

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$x^2 = 4y,\ y = 8/(x^2 + 4).$
2. Найти длину дуги кривой $r = \sin^3(\varphi/3)$, если полярный угол изменяется от 0 до $\pi/2$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
$x^2/4 + y^2 = 1,\ z = 12 - 3x - 4y,\ z = 0.$

Вариант № 7

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = a\cos 5\varphi$.
2. Найти длину дуги линии $x = e^{-t}\cos t,\ y = e^{-t}\sin t,\ z = e^{-t}$ от точки $A(1;0;1)$ до точки $O(0;0;0)$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
$x^2 + y^2 = 4x,\ z = x,\ z = 2x.$

Вариант № 8

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$y = 2^x,\ y = 2x - x^2,\ x = 0,\ x = 2.$
2. Найти длину дуги кривой $\varphi = \sqrt{r}$, если полярный радиус изменяется от 0 до 5.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
$x^2 + y^2 = 5x,\ y = x,\ y = 0,\ z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}\ ,\ z = 0.$

Вариант № 9

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = 3 + 2\cos\varphi$.
2. Найти длину дуги трактрисы $x = a(\cos t + \ln \mathrm{tg}\,\frac{t}{2})$, $y = a\sin t$, если параметр t изменяется от $\pi/2$ до $5\pi/6$.

3. Найти площадь части поверхности $y=\sqrt{x^2+z^2}$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 1$.

Вариант № 10

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $y^2 = x^2(a^2 – x^2)$.
2. Найти длину контура, образованного линиями $y^2 =(x+1)^3$, $x =4$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $y^2 = 4x$, $x = 1$, $z = 0$.

Вариант № 11

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 8$, $y = x^2/2$.
2. Найти длину дуги кривой, заданной уравнением

$y=\int\limits_{-\pi/2}^{x}\sqrt{\cos t}\,dt$, если абсцисса точки изменяется от 0 до $\pi/2$.

Указание: применить теорему Барроу.

3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y^2 + z^2 = 4ax$, $y^2 = ax$, $x = 3a$ (внутри цилиндра).

Вариант № 12

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = a^2$, $x + y = 5a/2$.
2. Найти длину линии $(y – arcsinx)^2 = 1 – x^2$.
3. Найти площадь части поверхности $x^2 /a + y^2 /b = 2z$, расположенной внутри цилиндра $x^2 /a^2 + y^2 /b^2 = 1$.

Вариант № 13

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y=1/x^{3/2}$, $y = 0$, $x = 1$.
2. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = R^2$, заключенной между плоскостью XOY и поверхностью $z = R + x^2/R$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=z$, $y = 5x$, $x = 1$, $z = 0$, $y = 0$.

Вариант № 14

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = a^3 / \left(a^2 + x^2\right)$, $y = 0$.
2. Найти площадь части поверхности $y = 0{,}5x - 2$, $x \geq 0$, ограниченной поверхностями $z = 0$, $z = 16 - x^2 - y^2$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
$z = x^2 + y^2$, $z = x^2 - 2y^2$, $y = x$, $y = 2x$, $x = 1$.

Вариант № 15

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$3x + 2y - 6 = 0$, $3x^2 - 2y = 0$, $y = 0$.
2. Найти длину кривой $r = a\sin\varphi$.
3. Найти площадь части поверхности конуса $y^2 + z^2 = x^2$, расположенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = a^2$.

Вариант № 16

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$y = \arcsin x$, $x - 1 = 0$, $y = 0$.
2. Найти длину дуги пространственной кривой $z^2 = 2ax$, $9y^2 = 16xz$ от точки $O(0;0;0)$ до точки $A(2a;8a/3;2a)$.
3. Найти площадь части поверхности $z = \left(x^2 - y^2\right)/2$, вырезанной цилиндром $x^2 + y^2 = 3$.

Вариант № 17

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$y = \sin x$, $y = (\operatorname{tg} x)/2$ ($|x| < \pi/2$).
2. Найти длину кривой $r = p/(1+\cos\varphi)$, если $|\varphi| \leq \pi/2$.
3. Найти площадь части поверхности $z^2 = 2xy$ при $z \geq 0$, $0 \leq x \leq 5$, $0 \leq y \leq 10$.

Вариант № 18

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $r = a\sin 3\varphi$.
2. Найти длину линии $x = a\cos^5 t$, $y = a\sin^5 t$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
$y^2 + z^2 = 4x$, $y^2 = 4 - 4x$.

Вариант № 19

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$x^2 + y^2 = 1{,}25$, $y = 1/(2x)$ и лежащей в первой четверти.
2. Найти длину линии $x = \int\limits_1^t \frac{\cos u}{u} du$, $y = \int\limits_1^t \frac{\sin u}{u} du$ при $1 \le t \le \frac{\pi}{2}$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 0$,
$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$, $z = xy$, если $a \ge R$, $b \ge R$, $R > 0$.

Вариант № 20

1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями
$ax = y^2$, $ay = x^2$.
2. Найти площадь цилиндрической поверхности $y = \sqrt{2px}$,
$0 \le x \le 8p/9$, заключенной между плоскостями XOY и $z = y$.
3. Найти объем тела, ограниченного поверхностями
$x^2 + y^2/4 = z/3$, $x + z/3 = 2$.

2.Задача 2 Применяя интегралы по фигурам (кривая, плоская область, тело и поверхность в пространстве), их методы вычисления определить массу, статический момент, центр масс, момент инерции соответствующих фигур.

Компетенция	**Индикатор достижения компетенции**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1

1. Найти массу плоской фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2px$, $x = p/2$, если плотность $\rho = xy^2$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$, $z = 3$, $2x + y = 3$.

Вариант № 2

1. Найти массу круглой пластины $x^2 + y^2 \le 4x$, если плотность
$$\rho = \sqrt{1 - \left(x^2 + y^2\right) / 16}.$$
2. Найти момент инерции однородного отрезка **AB** длиной *9* ед. относительно оси, лежащей с ним в одной плоскости, если конец **A** отстоит от оси на *2* ед., а конец **B** на *4* ед.

Вариант № 3

1. Найти момент инерции относительно оси абсцисс одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, если плотность в каждой точке кривой пропорциональна ординате этой точки.
2. Найти координаты центра масс части поверхности
$$x^2 + z^2 - y^2 = 1, \quad z \ge 0,$$
вырезанной поверхностями $(x^2 + y^2)^2 = x^2 - y^2$, $y = \pm x / \sqrt{3}$,

если плотность $\rho = 1 / \sqrt{1 + 2y^2}$.

Вариант № 4

1. Найти массу дуги гиперболы $xy = 1$ между точками $A(1; 1)$ и $B(2; 0{,}5)$, если плотность $\rho = x^6 y$.
2. Найти координаты центра масс части поверхности $z = (x^2 - y^2)/2$, вырезанной полуплоскостью $y = 0$, $x \ge 0$ и цилиндрической поверхностью, у которой образующая параллельна оси OZ, а направляющей является первый виток спирали $r = 2\varphi$ (лежит в плоскости XOY). Плотность $\rho = 1 / \sqrt{1 + x^2 + y^2}$.

Вариант № 5

1. Найти момент инерции относительно оси абсцисс плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2\sqrt{x}$, $x + y = 3$, $y = 0$, если плотность $\rho = x + y$.
2. Найти массу контура треугольника OAB с вершинами в точках $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(0;1)$, если плотность $\rho = x^2 + y$.

Вариант № 6

1. Найти массу плоской фигуры, ограниченной линиями $x = 2$, $y = x$, $xy = 1$, если плотность $\rho = (x/y)^2$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $x + y + z = 3$.

Вариант № 7

1. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 1$, если плотность $\rho = x + y + z$.
2. Найти полярный момент инерции части поверхности $z^2 = x^2 + y^2$, $z \geq 0$, вырезанной полуплоскостью $y = 0$, $x \geq 0$ и цилиндрической поверхностью, у которой образующая параллельна оси OZ, а направляющей является первый виток спирали $r = 3\varphi$ (в плоскости XOY). Плотность $\rho = 1/(x^2 + y^2)$.

Вариант № 8

1. Найти массу плоской фигуры, ограниченной эллипсом $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, если плотность $\rho = |xy|$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x + y = 1$, $x^2 + y^2 = z$ и координатными плоскостями.

Вариант № 9

1. Найти массу тела, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$, если плотность $\rho = x^2 + y^2$.
2. Найти момент инерции относительно оси ординат части поверхности $y^2 - x^2 - z^2 = 1$, вырезанной поверхностью

$x^2 + z^2 = 8$, если плотность $\rho = 1/\sqrt{1+2(x^2+z^2)}$.

Вариант № 10

1. Найти массу дуги кривой $x = at$, $y = at^2/2$, $z = at^3/3$ между точками $O(0;0;0)$ и $A(a;a/2;a/3)$, если плотность $\rho = \sqrt{2y/a}$.
2. Найти момент инерции однородной конической оболочки $0 \le z \le \sqrt{5}$, $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = \frac{z^2}{5}$ относительно прямой $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-\sqrt{5}}{0}$.

Вариант № 11

1. Найти массу части эллипса $x = a\cos t$, $y = b\sin t$, лежащей в первой четверти, если плотность $\rho = xy$.
2. Найти момент инерции шара $x^2 + y^2 + z^2 \le R^2$ относительно его диаметра, если плотность $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Вариант № 12

1. Найти массу контура, образованного линиями $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 3$, если плотность $\rho = x^2$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = a^2$, $z = \frac{h}{a}\sqrt{x^2+y^2}$, $z = 0$.

Вариант № 13

1. Найти массу дуги кривой $x = \ln(1 + t^2)$, $y = 2\operatorname{arctg} t - t + 3$, если абсцисса точки изменяется от 0 до $\ln 2$, а плотность $\rho = ye^{-x}$.
2. Найти момент инерции относительно оси OZ однородного тела, ограниченного поверхностями $x + y + z = 2$, $x^2 + y^2 = 2$, $z = 0$.

Вариант № 14

1. Найти момент инерции однородного контура треугольника PQR с вершинами (в полярной системе координат) $P(a;0)$, $Q(a; 2\pi/3)$, $R(a; 4\pi/3)$ относительно полюса.

2. Найти координаты центра масс части поверхности $x^2+z^2=y^2$, $y\ge 0$, $z\ge 0$, вырезанной цилиндром $x^2+y^2=9$, если плотность $\rho=\sqrt{y^2-x^2}$.

Вариант № 15

1. Найти момент инерции относительно начала координат однородной дуги эвольвенты окружности $x=a(\cos t+t\sin t)$, $y=a(\sin t-t\cos t)$, $t\in[0,2\pi]$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2+z^2=a^2$, $y^2+z^2=a^2$ ($z\ge 0$).

Вариант № 16

1. Найти момент инерции относительно плоскости *XOZ* однородной пирамиды, ограниченной плоскостями $x + y + z = 1$, $x = 0, y = 0, z = 0.$
2. Найти массу полной поверхности конуса $\sqrt{x^2+y^2}\le z\le 1$, если плотность $\rho=x^2+y^2$.

Вариант № 17

1. Найти момент инерции относительно оси *OZ* одного витка однородной винтовой линии $x = a\cos t, y = a\sin t$, $z=\dfrac{h}{2\pi}t$.
2. Найти координаты центра масс однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=2z$, $x + y = z$.

Вариант № 18

1. Найти координаты центра масс однородной плоской фигуры, ограниченной линией $y^2=x^2-x^4$, $x\ge 0$.
2. Найти массу части поверхности $x^2 = 2z$, вырезанной поверхностями $y^2 = 8z, z = 1{,}5$, если плотность $\rho=z$.

Вариант № 19

1. Найти момент инерции относительно плоскости XOZ однородного тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = h$.

2. Найти массу части поверхности $x^2/9 + z^2/4 = 1$, вырезанной поверхностью $x^2/9 + y^2 = 1$, если $\rho = |x|/\sqrt{81 - 5x^2}$.

Вариант № 20

1. Найти момент инерции относительно начала координат однородного тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 4$.

2. Найти координаты центра масс части поверхности $2x = y^2 + z^2$, вырезанной поверхностями $y = \pm x$, $x = 2$, если плотность $\rho = \sqrt{2x - y^2}$.

3.Задача 3 Применяя криволинейные интегралы 2-го рода, их методы вычисления определить работу, циркуляцию векторного поля вдоль кривой.

Компетенция	**Индикатор достижения компетенции**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Варианты заданий

Вариант № 1

1. Найти работу векторного поля силы $\overline{F} = z\overline{i} + x\overline{j} + y\overline{k}$ вдоль дуги винтовой линии $x = R\cos t,\ y = R\sin t,\ z = \dfrac{t}{2\pi}$ от точки A пересечения этой линии с плоскостью $z = 0$ до точки B пересечения с плоскостью $z = 1$.

Вариант № 2

1. Вычислить циркуляцию векторного поля

$$\overline{F} = (xz + y)\overline{i} + (yz - x)\overline{j} - \left(x^2 + y^2\right)\overline{k}$$

вдоль контура $L:\ \left\{(x, y, z)\,\middle|\ x^2 + y^2 = z^2,\ z = 1\right\}$.

Вариант № 3

1. Вычислить циркуляцию векторного поля $\overline{F} = y^2\overline{i} + x^2\overline{j}$ вдоль контура $L:\left\{(x, y)\,\middle|\,x + y = -1,\ x = 0,\ y = 0\right\}$ в положительном направлении.

Вариант № 4

1. Найти циркуляцию векторного поля силы $\overline{F} = \left(x^2 + y^2\right)\overline{i} + \left(y^2 - x^2\right)\overline{j} + \overline{k}$ вдоль контура

$$L:\ \begin{cases} x + y + z = \pi, \\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0. \end{cases}$$

Вариант № 5

1. Найти работу векторного поля силы $\overline{F} = \left(x^2 + \dfrac{1}{y}\right)\overline{i} + xy\overline{j}$ вдоль линии $y = \dfrac{1}{x}$ от точки $A(1, 1)$ до точки $B\left(2,\ \dfrac{1}{2}\right)$.

Вариант № 6

1. Найти работу векторного поля силы $\overline{F} = \left(x^2 - y\right)\overline{i} + \left(y^2 - 2xy\right)\overline{j}$ вдоль линии $y = \begin{cases} x^2, & 0 \le x \le 1 \\ 2 - x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$ в направлении возрастания x.

Вариант № 7

1. Найти работу векторного поля силы $\overline{F} = xy\overline{i} + \left(x + z\right)\overline{j} + 2x\overline{k}$ вдоль кривой $L: \begin{cases} z = 1 - x^2 - y^2, \\ y = x, \end{cases}$ если абсцисса точки приложения этой силы изменяется от 0 до $1/\sqrt{2}$.

Вариант № 8

1. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{F} = y\overline{i} + x^2\overline{j} - z\overline{k}$ вдоль контура $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z = 3. \end{cases}$

Вариант № 9

1. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{F} = -z\overline{i} + x\overline{j} + y\overline{k}$ вдоль контура эллипса $3x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $y = x$. Направление обхода – против часовой стрелки, если смотреть из точки $A\left(1, 0, 0\right)$.

Указание: использовать параметрическое задание эллипса.

Вариант № 10

1. Найти работу векторного поля силы $\overline{F} = \left(y^2 - z^2\right)\overline{i} + 2yz\overline{j} - x^2\overline{k}$ вдоль линии $L: \begin{cases} y = x^2, \\ z = x^3 \end{cases}$ при изменении абсциссы точки от 0 до 1.

Вариант № 11

1. Найти работу векторного поля силы $\overline{F}=(x+y)\overline{i}+2x\overline{j}+e^{z}\overline{k}$, если её точка приложения описывает дугу окружности $L:\begin{cases}x^2+y^2=4,\\ z=1,\end{cases}$ соответствующую положительным значениям x и y, от точки $A(2,0,1)$ до точки $B(0,2,1)$.

Вариант № 12

1. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{F}=xy\,\overline{i}+(x+y)\overline{j}$ вдоль контура треугольника ABC, если $A(-2,0)$, $B(2,0)$, $C(0,2)$.

Вариант № 13

1. Найти работу векторного поля силы $\overline{F}=[\overline{a},\overline{r}]$ вдоль отрезка прямой OM, если $\overline{a}$ – постоянный вектор, $\overline{r}=x\overline{i}+y\overline{j}+z\overline{k}$, $O(0,0,0)$, $M(1,1,1)$.

Вариант № 14

1. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{F}=2xz\overline{i}-y\overline{j}+z\overline{k}$ по контуру, образованному пересечением плоскости $x+y+2z=2$ с координатными плоскостями.

Вариант № 15

1. Найти работу векторного поля силы, направленной к началу координат, величина которой пропорциональна удалению материальной точки от начала координат, если эта точка описывает часть эллипса $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ в первом квадранте в направлении против часовой стрелки.

Вариант № 16

1. Найти работу векторного поля силы $\overline{F} = \left(2y - 6xy^3\right)\overline{i} + \left(2x - 9x^2y^2\right)\overline{j}$ вдоль кубической параболы $y = \frac{1}{4}x^3$ от точки $A(0, 0)$ до точки $B(2, 2)$.

Вариант № 17

1. Вычислить циркуляцию векторного поля $\overline{F} = ye^{xy}\overline{i} + xe^{xy}\overline{j} + xyz\overline{k}$ вдоль линии, получаемой пересечением конуса $x^2 + y^2 = (z-1)^2$ с первыми четвертями координатных плоскостей.

Вариант № 18

1. Вычислить циркуляцию векторного поля $\overline{F} = y^2\overline{i} + z^2\overline{j}$ вдоль контура $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ 3y + 4z = 5. \end{cases}$

Вариант № 19

1. Найти циркуляцию векторного поля $\overline{F} = xy\overline{i} + yz\overline{j} + xz\overline{k}$ вдоль контура $L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$

Вариант № 20

1. Дано векторное поле скоростей $\overline{v} = \left[\overline{w}, \overline{r}\right]$ точек твёрдого тела, вращающегося с постоянной угловой скоростью $\overline{w}$ вокруг оси OZ (вектор $\overline{w}$ направлен по оси OZ). Определить циркуляцию этого поля вдоль окружности $x^2 + y^2 = a^2$, $z = 0$.

4.Задача 4 Применяя поверхностные интегралы 2-го рода, их методы вычисления определить поток векторного поля через поверхность.

Компетенция	**Индикатор достижения компетенции**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Варианты заданий

Вариант № 1

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x^2\bar{i} + y^2\bar{j} + z^2\bar{k}$ через нижнюю сторону части параболоида $x^2 + y^2 = a(a-2z)$, расположенной во втором октанте.

Вариант № 2

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = (x-y)\bar{i} + (y-x)\bar{j} + 2z\bar{k}$ через нижнюю сторону части поверхности $x^2 + y^2 = 2z$, вырезанной поверхностями $\left(x^2 + y^2\right)^2 = \left(x^2 - y^2\right)$ и $y = 0$ и расположенной в I октанте.

Вариант № 3

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x^2\bar{i} + y\bar{j} + z^3\bar{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{2} = 1$, вырезанной поверхностью $\dfrac{x^2}{4} + z^2 = 1$ при $y \geq 0$.

Вариант № 4

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x^3\bar{i} + \sqrt[3]{z}\,\bar{j} + \sqrt[3]{y}\,\bar{k}$ через верхнюю сторону части поверхности $y^{2/3} + z^{2/3} = 3^{2/3}$, вырезанной поверхностью $x^{2/3} + y^{2/3} = 3^{2/3}$, координатными плоскостями и расположенной в I октанте.

Вариант № 5

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = z\bar{i} - y\bar{j} + 2z\bar{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности, задаваемой соотношениями $3x + 2y + z = 6$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = (x+z)\overline{i} + (x+y)\overline{j} + (y+z)\overline{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности, задаваемой уравнениями $x^2 + y^2 = R^2$, $x + y + z = R$, $z = 0$.

Вариант № 7

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = (x^2 - 3)\overline{i} + y^2\overline{j} + z\overline{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $y^2 = 8z$, вырезанной поверхностями $x^2 = 8z$ и $z = 2$.

Вариант № 8

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = 2x\overline{i} + (1-2y)\overline{j} + 2z\overline{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности, задаваемой уравнениями $x^2 + z^2 = 1 - 2y$ и $y = 0$.

Вариант № 9

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = yz\overline{i} + xz\overline{j} + xy\overline{k}$ через внешнюю сторону боковой поверхности пирамиды с вершиной в точке $D(0, 0, 2)$ и основанием ABC, где $A(0, 0, 0)$, $B(2, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$.

Вариант № 10

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x^3\overline{i} + y^3\overline{j} + z^3\overline{k}$ через внешнюю сторону поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Вариант № 11

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = \overline{i} + x\sqrt{x^2 - y^2}\,\overline{j} - x\overline{k}$ через верхнюю сторону части поверхности $x^2 - y^2 = z^2$, вырезанной плоскостями $y = 0$, $x + y = 2$ и расположенной в первом октанте.

Вариант № 12

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = xy\overline{i} - x\overline{j} - y\overline{k}$ через внешнюю сторону замкнутой поверхности, задаваемой уравнениями $x^2 + z^2 = y^2$ и $y = 1$.

Вариант № 13

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x^2\overline{i} + y^2\overline{j} + z^2\overline{k}$ через внешнюю сторону поверхности куба $0 \le x \le 3$, $0 \le y \le 3$, $0 \le z \le 3$.

Вариант № 14

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = (x - z)\overline{i} + (y + z)\overline{j} + (x - y)\overline{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $x^2 + y^2 = a^2$, вырезанной плоскостями $z = x$ и $z = 0$ при $z \ge 0$.

Вариант № 15

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x\overline{i} + z\overline{j} + z^2\overline{k}$ через нижнюю сторону нижней части поверхности $y^2 + z^2 = 8x$, вырезанной плоскостями $y^2 = 2x$ и $x = 2$.

Вариант № 16

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = y\overline{i} + x\overline{j} + z\overline{k}$ через внешнюю сторону части поверхности $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, вырезанной поверхностями $4y^2 - z^2 = 1$, $z = \pm 1$ при $x \ge 0$.

Вариант № 17

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x\overline{i} + (x + y)\overline{j} + (z - y)\overline{k}$ через внешнюю сторону части сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, расположенной в первом октанте.

Вариант № 18

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = (1 - x)\overline{i} + y\overline{j} + z\overline{k}$ через нижнюю сторону части поверхности $z^2 = 2xy$, вырезанной поверхностями $x = 0$, $x = 4$, $y = 0$, $y = 9$ при $z \geq 0$.

Вариант № 19

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = z\overline{i} - x\overline{j} + y\overline{k}$ через плоский треугольник $\sum$, получаемый при пересечении плоскости $3x + 6y - 2z = 6$ с координатными плоскостями. Выбрать верхнюю сторону треугольника.

Вариант № 20

1. Найти поток векторного поля $\overline{F} = x\overline{i} + y\overline{j} + z\overline{k}$ через верхнюю сторону части поверхности $z = \sqrt{6x}$, вырезанной поверхностями $y^2 = 6x$ и $x = 2$.

5.Задача 5 Применяя криволинейные интегралы 2-го рода, их методы вычисления определить потенциал потенциального векторного поля.

Компетенция	**Индикатор достижения компетенции**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Варианты заданий

1. Проверить, что поле

$$\overline{F} = \left(e^{-x} - \frac{2}{yx^3} \right)\bar{i} + \left(\sin 3y - \frac{1}{x^2 y^2} \right)\bar{j}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 2

1. Проверить, что поле

$$\overline{F} = (2x + 2yz)\bar{i} + (2y + 2xz)\bar{j} + (2z + 2xy)\bar{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 3

1. Проверить, что поле

$$\overline{F} = (4x + yz)\bar{i} + (4y + xz)\bar{j} + (4z + xy)\bar{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 4

1. Показать, что поле $\overline{F} = \left(\frac{1}{x-1} + \frac{\cos x}{y-1} \right)\bar{i} + \frac{1 \quad \sin}{(y-1)^2}\bar{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 5

1. Показать, что поле $\overline{F} = \left(\ln y + \frac{y}{x} - x \right)\bar{i} + \left(\ln x + \frac{x}{y} + 1 \right)\bar{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 6

1. Показать, что поле $\overline{F} = \left(2xy - \frac{1}{x^2} \right)\bar{i} + \left(x^2 - \frac{2}{y^2} \right)\bar{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 7

1. Показать, что поле

$$\overline{F}=\left(2x+yz\right)\overline{i}+\left(2y+xz\right)\overline{j}+(2z+xy)\overline{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 8

1. Показать, что поле

$$\overline{F}=\left(2x-4yz\right)\overline{i}+\left(2y-4xz\right)\overline{j}+\left(2z-4xy\right)\overline{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 9

1. Показать, что поле $\overline{F}=\left(\frac{1}{x+y}+2\right)\overline{i}+\left(\frac{1}{x+y}-3\right)\overline{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 10

1. Показать, что поле $\overline{F}=\frac{1+xy}{x}\overline{i}+\frac{1+xy}{y}\overline{j}$ потенциально

и найти его потенциал.

Вариант № 11

1. Показать, что поле

$$\overline{F}=\left(2x-yz\right)\overline{i}+\left(2y-xz\right)\overline{j}+\left(2z-xy\right)\overline{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 12

1. Показать, что поле $\overline{F}=\frac{x\ln y+y}{x}\overline{i}+\frac{y\ln x+x}{y}\overline{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 13

1. Показать, что поле $\overline{F}=\frac{x+y}{xy}\overline{i}+\frac{y-x}{y^2}\overline{j}$ потенциально

и найти его потенциал.

Вариант № 14

1. Показать, что поле

$$\overline{F}=\left(3x^2+4yz\right)\overline{i}+\left(3y^2+4xz\right)\overline{j}+\left(3z^2+4xy\right)\overline{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 15

1. Показать, что поле

$$\overline{F}=\left(-2x-yz\right)\overline{i}+\left(-2y-xz\right)\overline{j}+\left(-2z-xy\right)\overline{k}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 16

1. Показать, что поле

$$\overline{F}=\left(3x^2-2xy+y\right)\overline{i}-\left(x^2+3y^2-x+4y\right)\overline{j}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 17

1. Проверить, что поле

$$\overline{F}=\left(y^2e^{xy^2}+3\right)\overline{i}+\left(2xye^{xy^2}-1\right)\overline{j}$$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 18

1. Показать, что поле $\overline{F}=\left(\dfrac{2}{x^2}+\cos^2 y\right)\overline{i}+\left(y-x\sin 2y\right)\overline{j}$

потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 19

1. Проверить, что поле $\overline{F}=\left(2x-3yz\right)\overline{i}+\left(2y-3xz\right)\overline{j}+$ $+\left(2z-3xy\right)\overline{k}$ потенциально и найти его потенциал.

Вариант № 20

1. Проверить, что поле

$$\overline{F}=\left(20x^3-21x^2y+2y\right)\overline{i}-\left(7x^3-2x-3\right)\overline{j}$$

потенциально и найти его потенциал.

6.Задача 6 Применение математического аппарата дифференциальных уравнений для решения задач механики и геометрии.

Компетенция	**Индикатор достижения компетенции**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант № 1

1. Тело, выйдя из состояния покоя, движется со скоростью, которая определяется в каждый момент времени t по формуле $v = 5t^2$ м/с. Найти закон движения тела и путь, пройденный телом за 3 с.

Вариант № 2

1. Скорость обесценивания оборудования вследствие его износа пропорциональна в каждый данный момент времени t его фактической стоимости $A(t)$. Начальная стоимость A_0. Какова будет стоимость оборудования по истечении 10 лет, если за первые два года оно обесценилось на 10%?

Вариант № 3

1. Тело массы M падает по вертикали с некоторой высоты без начальной скорости. При падении тело испытывает сопротивление воздуха, пропорциональное квадрату скорости тела. Найти скорость $v(t)$ движения тела в любой момент времени t, если $v(1)=10$.

Вариант № 4

1. Замедляющее действие трения на диск, вращающейся в жидкости, пропорционально угловой скорости вращения w. Найти зависимость этой угловой скорости от времени, если известно, что диск, начав вращаться со скоростью 100 об/мин, по истечении 1 минуты вращается со скоростью 60 об/мин.

Вариант № 5

1. Материальная точка массой в 1 г движется прямолинейно под действием силы, прямо пропорциональной времени, отсчитываемому от момента $t = 0$, и обратно пропорциональной скорости движения точки. В момент $t = 10$ с скорость равнялась 50 см/с, а сила – 4 г·см/с^2. Найти скорость через 30 с после начала движения.

Вариант № 6

1. Локомотив движется по горизонтальному участку пути со скоростью 72 км/час. Через сколько времени и на каком расстоянии после начала торможения он будет остановлен, если сопротивление движению после начала торможения равно 0,2 его веса.

Вариант № 7

1. Найти закон движения и скорость движущегося тела, если скорость его возрастает пропорционально пройденному пути и если в начальный момент движения тело находилось в 8 м от начала отсчёта пути и имело скорость 24 м/с.

Вариант № 8

1. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 5 м/с. На полном ходу её мотор выключается и через 40 секунд после этого скорость лодки уменьшается до 2 м/с. Определить скорость лодки через 2 минуты после остановки мотора, считая, что сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки.

Вариант № 9

1. Количество света, поглощаемого при прохождении через слой воды, пропорционально количеству падающего света и толщине слоя. Если при прохождении слоя воды толщиной 3 м поглощается половина первоначального количества света, то какая часть этого количества дойдёт до глубины 30 м ?

Вариант № 10

1Корабль замедляет своё движение под действием силы сопротивления воды, которая пропорциональна скорости корабля. Начальная скорость корабля 10 м/с, скорость его через 5 секунд равна 8 м/с. Через сколько секунд скорость корабля уменьшится до 1 м/с?

Вариант № 11

1. Скорость распада радиоактивного вещества пропорциональна его наличному количеству. За 30 дней распалось 50% первоначального количества вещества. Через сколько времени останется 1% от первоначального количества ?

Вариант № 12

1. Определить путь S, пройденный телом за время t, если его скорость пропорциональна проходимому пути и если тело проходит 100 м за 10 секунд, а 200 м за 15 секунд.

Вариант № 13

1. Пуля входит в доску толщиной $h = 10$ см со скоростью $v_0 = 200$ м/с, а вылетает из доски, пробив её, со скоростью $v_1 = 80$ м/с. Считая, что сила сопротивления доски движению пули пропорциональна квадрату скорости движения, найти время движения пули через доску.

Вариант № 14

1. Материальная точка массой 1 г движется прямолинейно под действием силы, прямо пропорционально времени, отсчитываемому от момента $t = 0$ и обратно пропорциональной квадрату скорости движения точки. В момент $t = 10$ с скорость равнялась 3 см/с, а сила – 20 г·см/с^2. Какова будет скорость спустя минуту после начала движения ?

Вариант № 15

1. Футбольный мяч весом 0,4 кг брошен вверх со скоростью 20 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости и равно 0,48 г при скорости 1 м/с. Вычислить время подъёма мяча и наибольшую высоту подъёма.

Вариант № 16

1. Кривая проходит через точку A(1; 0) и обладает тем свойством, что тангенс угла наклона между касательной и положительным направлением оси 0x равен обратной величине ординаты точки касания. Найти уравнение кривой.

Вариант № 17

1. Найти кривые, у которых точка пересечения любой касательной с осью $0x$ имеет абсциссу вдвое меньшую абсциссы точки касания.

Вариант № 18

1. Найти кривые, для которых площадь треугольника, образованного касательной, ординатой точки касания и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная 4.

Вариант № 19

1. Найти уравнение кривой, проходящей через точку $A(-1; -1)$ и обладающей тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси Ox касательной, проведённой в любой точке кривой, равен квадрату абсциссы точки касания.

Вариант № 20

1. Найти кривые, у которых тангенс угла между касательной и положительным направлением оси $0x$ обратно пропорционален абсциссе точки касания.

7.Задача7. Применяя математический аппарат функциональных рядов, методы математического анализа и моделирования уметь решать задачи:
1)используя разложение функции в ряд Тейлора, вычислить приближённо значение функции, определённый интеграл
2)приближение функции тригонометрическими многочленами (ряды Фурье) при изучении периодических явлений и процессов.

Компетенция	**Индикатор достижения компетенции**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

Вариант № 1

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{9}{20-x-x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{sh2x}{x}-2 \quad \text{(по определению } shx=\frac{e^x-e^{-x}}{2}\text{).}$$

3. Разложить функцию $f(x)=1-|x|, \quad -1<x<1$ в ряд Фурье.

4. Вычислить $\int_0^{0,5} cos 4x^2 dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 2

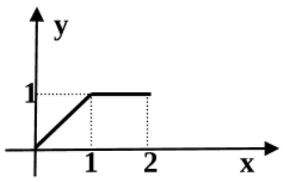
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=x^2\sqrt{4-3x}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\ln(1-x-6x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по синусам:



4. Вычислить $\int_0^{0,5} e^{-\frac{3x^2}{25}} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 3

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{\sin 3x}{x}-\cos 3x.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{6}{8+2x-x^2}.$$

3. Разложить функцию $f(x)=4-x$ в интервале $[0,4]$ в ряд Фурье по косинусам.

4. Вычислить $\int_0^{0,1} \frac{ln(1+2x)}{x} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 4

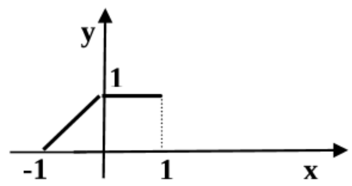
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости:

$$\mathbf{f(x)=\ln\left(1-x-12x^2\right)}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\frac{ch3x-1}{x^2}}$$ (по определению $\mathbf{chx=\frac{e^x+e^{-x}}{2}}$).

3. Разложить в ряд Фурье функцию



4. Вычислить $\int\limits_0^{0,2}\frac{1-e^{-x}}{x}dx$ приближённно, допустимая погрешность **ε = 0,001**.

Вариант № 5

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\frac{5}{6+x-x^2}}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{4-5x}}}\quad .$$

3. Разложить функцию $\mathbf{f(x)=\begin{cases}-2, & 0<x<\pi\\ -3, & \pi\le x\le 2\pi\end{cases}}$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int\limits_0^{0,3}e^{-2x^2}dx$ приближённно, допустимая погрешность **ε = 0,001**.

Вариант № 6

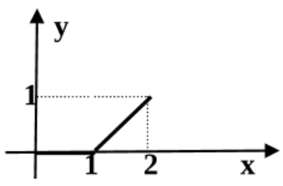
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=x\cos 5x+\sin 5x}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\ln(1+2x-8x^2)}$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по косинусам:



4. Вычислить $\int\limits_0^{0,1}\sin\left(100x^2\right)dx$ приближённно, допустимая погрешность **ε = 0,001**.

Вариант № 7

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{5}{6-x-x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=x\sqrt[3]{27-2x}.$$

3. Разложить функцию $f(x)=\frac{3}{2}|x|-1$ в ряд Фурье на промежутке $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$.

4. Вычислить $\int_0^1 \frac{1}{x}\ln\left(1+\frac{x}{5}\right)dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 8

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\ln(1-x-20x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\left(2-e^x\right)^2$$

3. Разложить функцию $f(x)=1-\frac{x}{2},\quad x\in[0,2]$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{1,5}\frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 9

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{9}{20-x-x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{\operatorname{sh}2x}{x}-2$$ (по определению $\operatorname{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$).

3. Разложить функцию $f(x)=1-|x|,\quad -1<x<1$ в ряд Фурье.

4. Вычислить $\int_0^{0,5}\cos 4x^2dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 10

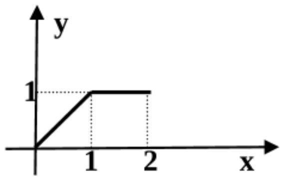
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x^2\sqrt{4-3x}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1-x-6x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по синусам:



4. Вычислить $\int_0^{0,5} e^{-\frac{3x^2}{25}}dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 11

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x} - \cos 3x.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{6}{8+2x-x^2}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = 4 - x$ в интервале $[0, 4]$ в ряд Фурье по косинусам.

4. Вычислить $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+2x)}{x}dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 12

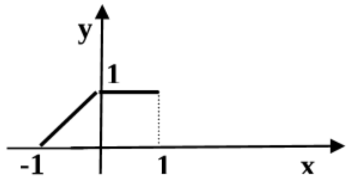
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости:

$$f(x) = \ln\left(1-x-12x^2\right)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{ch3x-1}{x^2}$$ (по определению $chx = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$).

3. Разложить в ряд Фурье функцию



4. Вычислить $\int_0^{0,2} \frac{1-e^{-x}}{x}dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 13

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{5}{6+x-x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{4-5x}}.$$

3. Разложить функцию $f(x)=\begin{cases}-2, & 0<x<\pi\\ -3, & \pi\le x\le 2\pi\end{cases}$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{0,3} e^{-2x^2}dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 14

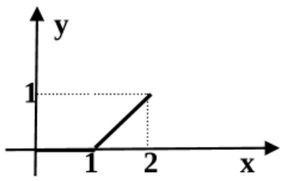
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=x\cos 5x+\sin 5x$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\ln(1+2x-8x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по косинусам:



4. Вычислить $\int_0^{0,1} \sin\left(100x^2\right)dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 15

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=\frac{5}{6-x-x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x)=x\sqrt[3]{27-2x}.$$

3. Разложить функцию $f(x)=\frac{3}{2}|x|-1$ в ряд Фурье на промежутке $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$.

4. Вычислить $\int_0^{1} \frac{1}{x}\ln\left(1+\frac{x}{5}\right)dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 16

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 - x - 20x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \left(2 - e^x\right)^2$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - \frac{x}{2}, \quad x \in [0, 2]$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27 + x^3}}$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 17

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{9}{20 - x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{\text{sh}2x}{x} - 2 \quad \text{(по определению } \text{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}\text{)}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - |x|, \quad -1 < x < 1$ в ряд Фурье.

4. Вычислить $\int_0^{0,5} \cos 4x^2 dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 18

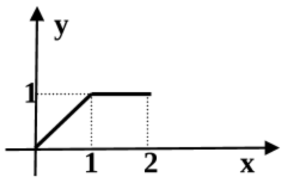
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x^2\sqrt{4 - 3x}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 - x - 6x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по синусам:



4. Вычислить $\int_0^{0,5} e^{-\frac{3x^2}{25}} dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 19

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\frac{\sin 3x}{x}-\cos 3x}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\frac{6}{8+2x-x^2}}\quad .$$

3. Разложить функцию $\mathbf{f(x)=4-x}$ в интервале $\mathbf{[0,4]}$ в ряд Фурье по косинусам.

4. Вычислить $\int\limits_0^{0,1}\frac{\ln(1+2x)}{x}dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 20

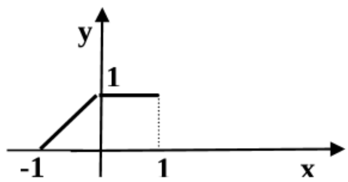
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости:

$$\mathbf{f(x)=\ln\left(1-x-12x^2\right)}$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\frac{ch3x-1}{x^2}}\quad \text{(по определению } \mathbf{chx=\frac{e^x+e^{-x}}{2}}\text{).}$$

3. Разложить в ряд Фурье функцию



4. Вычислить $\int\limits_0^{0,2}\frac{1-e^{-x}}{x}dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 21

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\frac{5}{6+x-x^2}}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$\mathbf{f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{4-5x}}}\quad .$$

3. Разложить функцию $\mathbf{f(x)=\begin{cases}-2, & 0<x<\pi\\ -3, & \pi\le x\le 2\pi\end{cases}}$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int\limits_0^{0,3}e^{-2x^2}dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0{,}001$.

Вариант № 22

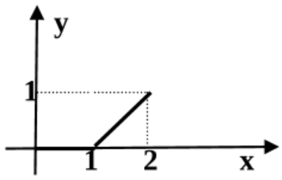
1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x\cos 5x + \sin 5x$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 + 2x - 8x^2)$$

3. Разложить функцию в ряд Фурье по косинусам:



4. Вычислить $\int\limits_0^{0,1} \sin\left(100x^2\right)dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 23

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \frac{5}{6 - x - x^2}.$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = x\sqrt[3]{27 - 2x}.$$

3. Разложить функцию $f(x) = \frac{3}{2}|x| - 1$ в ряд Фурье на промежутке $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

4. Вычислить $\int\limits_0^1 \frac{1}{x}\ln\left(1 + \frac{x}{5}\right)dx$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

Вариант № 24

1. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \ln(1 - x - 20x^2)$$

2. Разложить функцию в ряд Маклорена, указать интервал сходимости

$$f(x) = \left(2 - e^x\right)^2$$

3. Разложить функцию $f(x) = 1 - \frac{x}{2}$, $x \in [0, 2]$ в ряд Фурье по синусам.

4. Вычислить $\int\limits_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27 + x^3}}$ приближённо, допустимая погрешность $\varepsilon = 0,001$.

8.Задача 8 Применяя математический аппарат ФКП, методы математического *анализа и моделирования для решения задач:*

1) Найти значения функций;

2) Найти все решения уравнения;

3) Проверить выполнение условий Коши-Римана. Найти аналитическую функцию по её действительной или мнимой части

Компетенция	**Индикатор достижения компетенции**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет математический аппарат, методы математического анализа и моделирования для решения задач

1. Найти действительную и мнимую части указанного выражения. В случае многозначной функции найти все значения.

1. $(1+i)^{i}$.

2. $ln\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)$.

3. $sin(-1-2i)$.

4. $cos(2+i)$.

5. $\left(1+i\sqrt{3}\right)^{2i}$.

6. $sin(2+3i)$.

7. 2^{-i}.

8. $tg(-2i)$.

9. $(1-i)^{-i}$.

10. $Ln\left(\frac{-\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{2}\right)$.

11. $sh\left(1+\frac{\pi i}{2}\right)$.

12. $cos(-1+2i)$.

13. $sin(1+2i)$.

14. $\left(\sqrt{3}-i\right)^{i}$.

15. $\left(1-i\sqrt{3}\right)^{1+i}$.

16. $(-1)^{i}$.

17. $cos(1-2i)$.

18. $sin(2-i)$.

19. $sin(i\,ln3)$.

20. $(1+i)^{-i}$.

21. $tg\,2i$.

22. $cos(2-i)$.

23. $(i-1)^{i}$.

24. $sin(1-2i)$.

25. $ch(ln2+\pi i)$.

2. Найти все решения уравнения.

1. $sin\,z=i$.

2. $sh\,z=\frac{i}{2}$.

3. $cos\,z=\frac{13}{5}$.

4. $ch\,z=0$.

5. $sin\,z=5$.

6. $e^{2iz}-(2i+1)e^{iz}+(i-1)=0$.

7. $sh\,z=\frac{1}{2}$. 8. $e^{2z}-3ie^{z}=2$.

9. $\cos z=\frac{3i}{4}$. 10. $\sin z=10$.

11. $ch\,z=\frac{15i}{8}$. 12. $e^{2iz}-ie^{iz}+2=0$.

13. $\cos z=\frac{5}{3}$. 14. $\sin z=\frac{17}{8}$.

15. $e^{2iz}-8ie^{iz}-15=0$. 16. $\sin z=\frac{3i}{4}$.

17. $ch\,z=\frac{1}{2}$. 18. $e^{2z}-2ie^{z}+8=0$.

19. $sh\,z=0$. 20. $\sin z=-\frac{12i}{5}$.

21. $e^{2z}+i=(i+1)e^{z}$. 22. $\cos z=-\frac{5}{4}$.

23. $\cos z=\frac{15i}{8}$. 24. $\sin z=\frac{5}{3}$.

25. $sh(iz)=-i$.

3. Найти действительную и мнимую части функции $f(z)$, проверить выполнение условий Коши-Римана.

1. $f(z)=z(z-3)$. 2. $f(z)=ze^{-z}$.

3. $f(z)=\frac{1}{z}$. 4. $f(z)=i\cos z$.

5. $f(z)=(z-i)^{2}$. 6. $f(z)=\frac{z+1}{z-2}$.

7. $f(z)=z^{3}+1$. 8. $f(z)=\sin 2z$.

9. $f(z)=z+\frac{1}{z}$.

10. $f(z)=e^{2z}$.

11. $f(z)=\frac{z}{z+i}$.

12. $f(z)=(z+1)^2$.

13. $f(z)=sh\,z$.

14. $f(z)=ze^z$.

15. $f(z)=e^{3-2z}$.

16. $f(z)=i\left(z^2-5\right)$.

17. $f(z)=ie^{2z}$.

18. $f(z)=\cos 2z$.

19. $f(z)=(z-2)(z+i)$.

20. $f(z)=e^{2z-i}$.

21. $f(z)=z^2-3z+1$.

22. $f(z)=e^{-iz}$.

23. $f(z)=\frac{i+1}{z}$.

24. $f(z)=ch\,z$.

25. $f(z)=iz^3+z^2$.

4. Восстановить аналитическую функцию $f(z)$ по её действительной $u(x,y)$ или мнимой $v(x,y)$ части.

1. $u(x,y)=\frac{1}{2}\cos y\left(e^x+e^{-x}\right)$, $f(0)=1$.
2. $v(x,y)=x^3-3xy^2+2xy$, $f(0)=0$.
3. $u(x,y)=x^2-y^2-2x-y$, $f(0)=-2i$.
4. $v(x,y)=2xy-3y$, $f(0)=1$.
5. $u(x,y)=-2xy$, $f(0)=-5i$.
6. $v(x,y)=3x^2y-y^3$, $f(0)=1$.
7. $u(x,y)=\ln\left(x^2+y^2\right)$, $f(1)=0$.
8. $v(x,y)=6-3y$, $f(2i)=1$.
9. $u(x,y)=x^2-y^2+2x+1$, $f(0)=1$.

10. $v(x,y)=x^2-y^2$, $f(0)=3$.

11. $u(x,y)=x^2-y^2-8x$, $f(0)=0$.

12. $v(x,y)=2xy-2x$, $f(0)=-1$.

13. $u(x,y)=arctg\frac{y}{x}$, $x>0$, $f(1)=0$.

14. $v(x,y)=6x^2y-2y^3+4y$, $f(0)=0$.

15. $u(x,y)=\frac{y}{x^2+y^2}$, $f(1)=i$.

16. $v(x,y)=2x-y-1$, $f(0)=2-i$.

17. $u(x,y)=x(y-1)$, $f(0)=2i$.

18. $v(x,y)=3x^2(y-1)-(y-1)^3$, $f(i)=0$.

19. $u(x,y)=x+e^x\cos y$, $f(0)=1$.

20. $v(x,y)=e^{-2y}\cos 2x$, $f(0)=i$.

21. $u(x,y)=y^3-3x^2y+x^2-y^2$, $f(i)=0$.

22. $v(x,y)=3x+5y+2$, $f(0)=1+2i$.

23. $u(x,y)=x+\frac{x}{x^2+y^2}$, $f(1)=2$.

24. $v(x,y)=6xy-7x$, $f(i)=-10$.

25. $u(x,y)=2x^3-6xy^2+4x$, $f(1)=6$.

4. Файл и/или БТЗ с полным комплектом оценочных материалов прилагается.