

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**  
**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**  
**ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Высшая математика»**

*1. Перечень оценочных средств для компетенций, формируемых в результате освоения дисциплины*

| Код контролируемой компетенции                                                                                                                                                                                                          | Способ оценивания | Оценочное средство                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1: Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | Зачет; экзамен    | Комплект контролирующих материалов для зачета; комплект контролирующих материалов для экзамена |

*2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания*

Оцениваемые компетенции представлены в разделе «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций» рабочей программы дисциплины «Высшая математика».

При оценивании сформированности компетенций по дисциплине «Высшая математика» используется 100-балльная шкала.

| Критерий                                                                                                                                                                                                                                                | Оценка по 100-балльной шкале | Оценка по традиционной шкале |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Студент освоил изучаемый материал (основной и дополнительный), системно и грамотно излагает его, осуществляет полное и правильное выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций, способен ответить на дополнительные вопросы. | 75-100                       | <i>Отлично</i>               |
| Студент освоил изучаемый материал, осуществляет выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций с не принципиальными ошибками.                                                                                                  | 50-74                        | <i>Хорошо</i>                |
| Студент демонстрирует освоение только основного материала, при выполнении заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций допускает отдельные ошибки, не способен систематизировать материал и делать выводы.                              | 25-49                        | <i>Удовлетворительно</i>     |
| Студент не освоил основное содержание изучаемого материала, задания в соответствии с                                                                                                                                                                    | <25                          | <i>Неудовлетворительно</i>   |

|                                                                         |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------|--|--|
| индикаторами достижения компетенций не выполнены или выполнены неверно. |  |  |
|-------------------------------------------------------------------------|--|--|

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки уровня достижения компетенций в соответствии с индикаторами**

*1. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к вычислению пределов и исследованию функций на непрерывность.*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к вычислению пределов и исследованию функций на непрерывность.

1. Вычислить пределы числовых последовательностей

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (3n+2)^3}{(2n+3)^3 - (n-7)^3}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^3 + 8} (\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 - 1})$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+3) - \ln n)$$

2. Вычислить предел функции

$$1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7}{2x^2 + 9}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6}.$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}.$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{2x^2 - x + 10}$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 5x + 7}{3x^4 - 2x^2 + x}.$$

$$7) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 + 6x^4 - x^3}{2x^2 + 6x + 1}.$$

$$8) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^3 - 6x^2 + 7x + 5}{8 - 4x + 3x^2 - 2x^3 + x^4}$$

3. Доказать что функция  $y = 3x^2 - 2$  непрерывная в точке  $x_0 = 3$

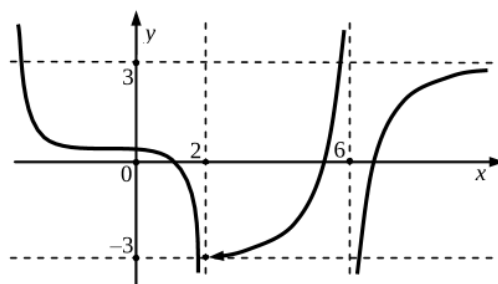
4. Найти точки разрыва, указать характер разрыва и построить схематически график функции

$$y = \frac{x}{x^2 - 4}$$

5. Решить задачу на составление аналитической функции.

Бревно длиной **20** м имеет форму усечённого конуса, диаметры оснований которого равны соответственно **2** м и **1** м. Требуется вырубить из бревна балку с квадратным поперечным сечением, ось которой совпала бы с осью бревна. Выразить объём балки как функцию высоты балки.

6. По эскизу графика описать поведение функции на языке пределов в точках  $x=2$  и  $x=6$  и при стремлении аргумента функции к  $\pm\infty$ .



7. Построить график функции  $y = f(x)$ , если известно, что

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -3-0} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -3+0} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4.$$

Дать каждому из пределов определение по Коши.

*2. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к вычислению производных и исследованию функций.*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к вычислению производных и исследованию функций.

1. По определению вычислить производную функции в точке  $x_0$ :  
а)  $y = x$ ; б)  $y = \sin(3x + 1)$ .
2. Найти производные функций:  
д)  $y = x \cdot \ln x \cdot \sin x$ ; е)  $y = bx^2 - \frac{\sin x}{3b}$ ; ж)  $y = \frac{5b}{b \cdot 3^x + \sin x}$ ; з)  $y = \left(\sqrt[3]{x^2} + x \cdot \sqrt[5]{x}\right) \cdot \log_2 x$
3. Найти производную функции  $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$  в точках  $x_1 = 2$ ;  $x_2 = 0$ ;  $x_3 = -3$ .
4. Вычислить производную сложной функции:  
а)  $y = \sqrt[4]{(x^2 + 3x)^3} - \sqrt[5]{(6x - 1)^2}$ ; б)  $y = \sqrt[6]{\frac{b - \arcsin x}{b + \arccos x}}$ ; в)  $y = (a^3 - x^3)^2 \cdot \sin^2 3ax$ ;
5. Логарифмическое дифференцирование:  
а)  $y = x^{2^{3x}}$ ; б)  $y = x^{e^{\cos x}}$ ; в)  $y = (a - x)(x + b)(x^2 - c^2)$ .
6. Найти производную функций, заданных неявно:  
а)  $\frac{x}{y} + \frac{2y}{x} = a$ ; б)  $ye^y = e^{x+1}$ ; в)  $xy + \arcsin(x + y) = 0$ .
7. Найти производные функций, заданных параметрически:  
а)  $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t + t^3 \end{cases}$ ; б)  $\begin{cases} x = \ln(3 - t^2) \\ y = e^{1-t} \end{cases}$ ; в)  $\begin{cases} x = \cos \frac{1}{t+1} \\ y = \sin \sqrt{1-t} \end{cases}$ .
8. Найти производные второго порядка заданных функций:  
а)  $y = e^{-x} + \ln \frac{1}{x}$ ; б)  $xy^2 + x^2y = a^3$ ; в)  $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = 2 \sec^2 t \end{cases}$ .
9. Записать уравнение касательной к кривой  $y = x^2 - 7x + 3$  в точке с абсциссой  $x = 1$ .
10. Траектория движения тела – кубическая парабола  $12y = x^3$ . В каких ее точках скорости возрастания абсциссы и ординаты одинаковы?

*3. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа,*

моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений дифференциального исчисления функций одной переменной с применением фундаментальных и естественнонаучных знаний.

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений дифференциального исчисления функций одной переменной с применением фундаментальных и естественнонаучных знаний.

Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:

1.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\tan x - 1}{\sin 4x};$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx};$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x^{\tan x};$

Исследовать и построить графики функций:

4.  $y = \sqrt[3]{x} - x;$

5.  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1});$

6. Для функции  $y = \sqrt[3]{x} - x$  проверить выполнение условий теоремы Лагранжа на отрезке  $[-1; 1];$  вычислить радиус кривизны в точке минимума.

7. Найти наибольшее значение функции  $y = \sin 2x + x$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$

8. Груз весом  $\vec{P}$ , лежащий на горизонтальной поверхности, должен быть сдвинут приложенной к нему силой  $\vec{F}$ . Сила трения пропорциональна силе, прижимающей тело к плоскости, и направлена против сдвигающей силы. Коэффициент пропорциональности (коэффициент трения) равен  $k$ .

Под каким углом  $\varphi$  к горизонтали надо приложить силу  $\vec{F}$ , чтобы величина оказалась наименьшей?  $\left(\vec{F}_P = -\vec{F}_{TP}\right)$

*4. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к исследованию функций на оптимальное*

*решение с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к исследованию функций на оптимальное решение с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1. Груз весом  $\vec{P}$ , лежащий на горизонтальной поверхности, должен быть сдвинут приложенной к нему силой  $\vec{F}$ . Сила трения пропорциональна силе, прижимающей тело к плоскости, и направлена против сдвигающей силы. Коэффициент пропорциональности (коэффициент трения) равен  $k$ .
2. На прямолинейном отрезке  $AB = a$ , соединяющем два источника света  $A$  (силы  $p$ ) и  $B$  (силы  $q$ ), найти точку  $M$ , освещенную слабее всего (освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света и прямо пропорциональна силе источника света).
3. Требуется построить пятистенку с наибольшей полезной площадью. При этом известно, что сумма длин стен этой пятистенки должна равняться  $A$  метрам. Каковы должны быть длины стен (размеры комнат)?
4. Требуется изготовить открытый сверху цилиндрический сосуд заданного объема  $V$ . Определить радиус и высоту сосуда так, чтобы его поверхность была наименьшей.
5. Найти соотношение между радиусом  $R$  и высотой  $H$  цилиндра, имеющего при данном объеме  $V$  наименьшую полную поверхность.
6. Из деревянного шара радиуса  $R$  требуется вырезать цилиндр наибольшего объема. Найти размеры цилиндра.
7. Требуется сделать жестяное корыто, имеющее форму прямого кругового цилиндра, разрезанного вдоль оси симметрии. Каковы должны быть размеры этого корыта, чтобы при одном и том же количестве материала вместимость его была наименьшей?
8. Какими должны быть размеры кастрюли без крышки, чтобы при одном и том же количестве материала, затраченного на ее изготовление, она имела наибольшую вместимость?
9. Пункт  $B$  находится на расстоянии 60 км от железной дороги. Расстояние по железной дороге от пункта  $A$  до ближайшей к пункту  $B$  точки  $C$  составляет 285 км. На каком расстоянии от точки  $C$  надо построить станцию, чтобы затратить наименьшее время на передвижение между пунктами  $A$  и  $B$ , если скорость движения по шоссе равна 20 км/ч, а по железной дороге – 52 км/ч.
10. Груз весом  $\vec{P}$ , лежащий на горизонтальной поверхности, должен быть сдвинут приложенной к нему силой  $\vec{F}$ . Сила трения пропорциональна силе, прижимающей тело к плоскости, и направлена против сдвигающей силы. Коэффициент пропорциональности (коэффициент трения) равен  $k$ .

5. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию дифференциального исчисления функций нескольких переменных

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений дифференциального исчисления функций нескольких переменных с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1. Для заданной функции найти все частные производные первого порядка:

$$\text{а) } z = \log_3 \cos(xy + x); \quad \text{б) } U = (x^3 + xz^2 + yz^3)^2;$$

2. Для заданной функции найти требуемые частные и смешанные производные:

$$z = \lg(x^2 - y^2); \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^3}; \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = ?$$

3. Проверить, что функция  $z = f(x, y)$  удовлетворяет заданному уравнению:

$$z = 2 \cos^2\left(x - \frac{y}{2}\right); \quad 2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$$

4. Найти производные неявно заданной функции: а)  $\frac{\partial z}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial z}{\partial y}$ ; б)  $y'(x)$

$$1. \cos(ax + by - cz) = k(ax + by - cz); \quad 2. (x^2 + y^2)^2 - a^2(x^2 - y^2) = 0$$

*6.Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений дифференциального исчисления функций нескольких переменных с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений дифференциального исчисления функций нескольких переменных с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1. Найти градиент функции  $U = f(x, y, z)$  в точке  $A(x_0, y_0, z_0)$  и вычислить его модуль

$$U = xz^2 - \sqrt{x^3 y}; \quad A(2; 2; 4)$$

2. Для функции  $z = f(x, y)$  в точке  $A(x_0, y_0)$  вычислить градиент и производную в направлении вектора  $\vec{l} = l_x \cdot \vec{i} + l_y \cdot \vec{j}$

$$z = x^2 - 3x^2 y^2 + y^2 - 1; \quad \vec{l} = 6\vec{i} + 2\vec{j}; \quad A(-3; 1)$$

3. Найти полный дифференциал функции:

$$a) U = x^3 - 3y^2 + 2xz - 4xy + 5yz;$$

4. С помощью полного дифференциала найти приближенное значение функции:

$$z = \frac{y}{2x - y^2} \text{ при } x = 1,07; y = 0,98$$

5. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к заданной поверхности в указанной точке  $M_0$ :  $z = x^3 y^3 - xy^2 + 8x^2 y - 5$ ;  $M_0(1; 1; 3)$

6. Исследовать на экстремум функцию  $z = f(x, y)$ ,  $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$

7. Известно, что в электрической цепи с сопротивлением  $R$  ток величины  $I$  в единицу времени выделяет количество тепла, пропорциональное  $I^2 R$ . Как следует разветвить ток  $I$  на токи  $I_1, I_2, I_3$  при помощи трех параллельных приводов с заданными сопротивлениями  $R_1, R_2, R_3$ , чтобы суммарное выделение тепла было наименьшим?

8. По заданным приближенным значениям аргументов функции  $f$  и их предельным абсолютным погрешностям вычислить абсолютную  $\alpha_f$  и относительную  $\delta_f$  (в процентах) погрешности значения функции; найти приближенное значение  $f$ ,

$$\text{сохраняя только верные цифры.} \quad f = \frac{(n+1)(m+n)}{\sqrt{m-n}};$$

$$m = 6,94 \pm 0,05; n = 2,481 \pm 0,0002.$$

7. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа,

*моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию интегрального исчисления функций, вычислению и приложению интегралов.*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию интегрального исчисления функций, вычислению и приложению интегралов.

Вычислить интегралы:

$$1. \int \frac{x + (\arccos 3x)^2}{\sqrt{1-9x^2}} dx, 2. \int \frac{8x-1}{\sqrt{5+2x-x^2}} dx, 3. \int \frac{x^2 dx}{1-x^4},$$

$$4. \int \frac{x^2}{9-x^4} dx, 5. \int \frac{\cos x}{1+\sin x} dx, 6. \int (x^2+1)3^x dx.$$

$$1. \int_0^1 9\sqrt{1+3t} dt ; \quad 2. \int_0^{\pi/2} \sin^3 2x dx ; \quad 3. \int_0^1 x e^{-x} dx ; \quad 4. \int_0^4 x^2 \sqrt{16-x^2} dx ; \quad 5.$$

$$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{16dx}{4x^2 + 4x + 5}.$$

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$r = \sqrt{3} \cos \varphi, r = \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$2x - x^2 - y = 0, 2x^2 - 4x + y = 0 \quad \text{вокруг оси } OX.$$

*8.Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию интегрального исчисления функций и его приложений с использованием фундаментальных и естественнонаучных*

знаний.

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию интегрального исчисления функций и его приложений с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

Вычислить интегралы:

$$1 \int_0^{9,5} \frac{4dx}{\sqrt[3]{8+2x}}; \quad 2 \int_0^{\pi/4} \cos^3 4x dx; \quad 3 \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx; \quad 4 \int_0^1 \frac{6x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx; \quad 5 \int_2^{3,5} \frac{6dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}.$$

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = (x-2)^3, \quad y = 4x-8$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением  $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, 1 \leq x \leq 2$ .

8. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + 5x - 6, y = 0$  вокруг оси ОХ.

9.

**При отстаивании суспензий имеет место медленное осаждение твердых частиц под действием силы тяжести, причем вначале происходит свободное падение частиц. Требуется найти закон движения частицы, оседающей в жидкости без начальной скорости.**

9.Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе

*профессиональной деятельности, приводящих к составлению и решению дифференциальных уравнений первого порядка и допускающих понижение порядка с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к составлению и решению дифференциальных уравнений первого порядка и допускающих понижение порядка с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1) Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

$$\text{a) } e^{x+3y} dy = x dx; \quad \text{b) } (xy + x^3 y) y' = 1 + y^2; \quad \text{c) } y - xy' = x \cdot \sec \frac{y}{x}.$$

2) Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения:

$$(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0.$$

3) Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y' + y = x \cdot \sqrt{y}.$$

4) Найти частное решение дифференциального уравнения и вычислить значение полученной функции  $y = \varphi(x)$  при  $x = x_0$  с точностью до двух знаков после запятой.

$$y''' = \sin x, \quad x_0 = \pi/2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0.$$

5) Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$(1 - x^2)y'' - xy = 2.$$

6) Решить задачу Коши для дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:

$$y'' = y'e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

7) Проинтегрировать следующее уравнение:

$$\frac{1}{x} dy - \frac{y}{x^2} dx = 0.$$

8) Записать уравнение кривой, проходящей через точку  $A(0, 2)$ , если известно, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке равняется ординате этой точки, увеличенной в  $k=3$  раз.

*10.Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к составлению и решению дифференциальных уравнений высших порядков с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к составлению и решению дифференциальных уравнений высших порядков с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1) Найти общее решение дифференциального уравнения:

а)  $y'' + 4y = 0$ ;      б)  $y'' - 10y' + 25y = 0$ ;      в)  $y'' + 3y' + 2y = 0$ .

2)  $y'' + y' = 2x - 1$ .

3)  $y'' - 8y' + 17y = 10e^{2x}$ .

4) Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данным начальным условиям:  $y'' - 2y' + y = -12 \cos 2x - 9 \sin 2x$ ,  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = 0$ .

5) Определить и записать структуру частного решения  $y^*$  линейного дифференциального уравнения по виду функции  $f(x)$ :

$2y'' - 7y' + 3y = f(x)$ ; а)  $f(x) = (2x + 1)e^{3x}$ ; б)  $f(x) = \cos 3x$ .

6) Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения:

$y''' - 7y'' + 6y' = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 30$ .

7) Решить систему дифференциальных уравнений двумя способами: а) сведением к дифференциальному уравнению высшего порядка; б) с помощью характеристического уравнения:

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$$

8) Решить дифференциальное уравнение методом вариации произвольных постоянных:

$$y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}$$

9) Записать уравнения кривых, обладающих следующим свойством: площадь треугольника, образованного касательной к кривой, перпендикуляром, опущенным из точки касания на ось абсцисс, и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная  $b^2$ .

*11. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе*

*профессиональной деятельности, приводящих к вычислению кратных, криволинейных и поверхностных интегралов с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к вычислению кратных, криволинейных и поверхностных интегралов с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1. Для данного повторного интеграла написать уравнения кривых, ограничивающих области интегрирования, вычертить эти области и поменять порядок интегрирования:

$$\int_1^4 dx \int_{\frac{1}{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$$

2. Расставить пределы интегрирования в том и другом порядке в двойном интеграле

$$\iint_D f(x, y) dx dy, \text{ если } D - \text{треугольник } O(0, 0), A(2, 2), B(4, -2).$$

3. Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной линиями:

$$\iint_D (x - y) dx dy, \quad D: y = x, y = x^3 \quad (x \geq 0).$$

4. Переходя к полярным координатам вычислить интеграл по области  $D$ , ограниченной заданными линиями:  $\iint_D xy^2 dx dy, \quad D: x^2 + y^2 = y, x^2 + y^2 = 2y.$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $(x^2 + y^2)^2 = 2y^3.$

6. С помощью двойного интеграла вычислить объём тела, ограниченного поверхностями: параболоид  $z = x^2 + y^2$ , цилиндр  $(y - 1)^2 + x^2 = 1.$

7. Для данного интеграла написать уравнения поверхностей, ограничивающих область интегрирования, и вычертить эту область:

$$\int_0^2 dx \int_{1-\sqrt{2x-x^2}}^{1+\sqrt{2x-x^2}} dy \int_{x^2-2x+y^2-2y+1}^{2+x} f(x,y,z) dz.$$

8. Вычислить  $\iiint_V (x-y-z) dV$ , сведением к однократному и двойному интегралам:

$$V: y+z=3, x=0, x=4, y=0, z=0.$$

9. Вычислить тройной интеграл  $\iiint_V z dV$ , перейдя к цилиндрическим координатам:

$$V: x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 = 1, z+x=1, z=0.$$

10. Вычислить тройной интеграл  $\iiint_V xyz dV$ , перейдя к сферическим координатам:

$$V: \sqrt{16-x^2-y^2}=z, x/\sqrt{3} \geq y \geq 0, z \geq \sqrt{3(x^2+y^2)}.$$

11. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода по ломаной **ABC**:

$$\int (x+3)y^2 d\ell; A(-4, 0), B(0, 0), C(4, 2).$$

12. Вычислить криволинейный интеграл 1-го рода:

$$\int_L \sqrt{x^2+y^2} d\ell; L - \text{верхняя половина кардиоиды } \rho = a(1+\cos\varphi).$$

13. Вычислить криволинейный интеграл второго рода  $\int_L \frac{x}{y} dx + \sqrt[3]{y} dy$  по кривой

$$L: y = x^3 \text{ между точками } A(1, 1) \text{ и } B(2, 8).$$

14. Вычислить криволинейный интеграл второго рода  $\int_L ydx - xdy + (x^2 - y^2)dz$  по

линии

$$L: x = a \cosh t, y = a \sinh t, z = 6t, 0 \leq t \leq 1.$$

12. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к применению приложений кратных, криволинейных и поверхностных интегралов с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

| Компетенция                                                                                                                                                                                   | Индикатор достижения компетенции                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |



**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к применению приложений кратных, криволинейных и поверхностных интегралов с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1. Вычислить массу пластины  $D$  с поверхностной плотностью

$$\gamma(x, y) = e^{x-y}, \quad D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1.$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $(x^2 + y^2)^2 = 2y^3$ .

3. Найти координаты центра тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной линиями:

$$y = \sin x, \quad y = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

4. С помощью двойного интеграла вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:

$$\text{параболоид } z = x^2 + y^2, \quad \text{цилиндр } (y-1)^2 + x^2 = 1.$$

5. Приложения тройного интеграла в геометрии. Найти объём тела, ограниченного заданными

$$\text{поверхностями: } z = x^2 + y^2, \quad x + y = \sqrt{6}, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z = 0.$$

6. Найти работу, производимую силой  $F = (z^3, x, y^2)$  вдоль пути

$$L: x = t^3, \quad y = t^2, \quad z = t, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

7. С помощью формулы Гаусса-Остроградского вычислить поверхностный интеграл второго рода  $\iint_G x^3 dydz + y^3 dx dz + z^3 dx dy$  по внешней стороне замкнутой

$$\text{поверхности } G: x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

8. Вычислить криволинейный интеграл  $\oint_L x dx + (x + y) dy + (x + y + z) dz$  по

контур  $L: x = a \sin t, \quad y = a \cos t, \quad z = a(\sin t + \cos t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$ , применяя формулу Стокса.

*13.Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию рядов, их сумм и сходимостей*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию рядов, их сумм и сходимостей

1. Исследовать ряды, применяя необходимый признак сходимости:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{n+5}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+3}{n+2} \right)^n.$$

2. Исследовать ряды на сходимость, применяя признак Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{10}{11} \right)^n n^5; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{10}{11} \right)^n \frac{1}{n^5}.$$

3. Исследовать ряды на сходимость, применяя признак Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2+1}{5n^2+2} \right)^n; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( 2 + \frac{1}{10^{n-1}} \right)^n.$$

4. Исследовать ряды, применяя интегральный признак сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{10}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{0,1}}.$$

5. Исследовать сходимость рядов:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^n}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n)}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (n-3)^n; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}.$$

6. Исследовать сходимость рядов, применяя один из признаков сравнения:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{1+3^n}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{7^n}{3^n-4}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^3}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3n}{4+\sqrt{n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4+1}{n^5}.$$

7. Исследовать ряды на сходимость:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{1}{n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\ln(n+1)}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{n}{1+n^2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$$

8. Найти интервал сходимости и исследовать поведение ряда на концах интервала:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt{2n+3} \cdot 2^n}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt{n+7}}; \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^n n}{2^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{3n^2};$$

*14.Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений функциональных рядов и фундаментальных и естественнонаучных знаний*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений функциональных рядов и фундаментальных и естественнонаучных знаний

1. Разложить функции в ряд Тейлора, используя стандартные разложения:

$$y_1 = \sin 3x; \quad y_2 = \frac{1}{2-x-x^2}; \quad y_3 = (1+\cos x)^2; \quad y_4 = e^{3x-1}.$$

2. Функцию  $y = x + 7$  разложить в ряд Фурье в интервале  $[0; 2]$ .

3. Периодическую функцию  $y = 2x + 3$ , определенную на  $[0; 1]$ , разложить в ряд Фурье дважды: доопределив её на интервале  $[-1; 0]$  :

а) четным;

б) нечетным образом.

4. Вычислить приближённое значение величины с точностью до  $\varepsilon$ :

$$a = \frac{1}{\sqrt{102}}, \quad \varepsilon = 0,0001.$$

5. Вычислить интеграл с точностью до  $0,001$ :

$$J = \int_0^{0,1} e^{-6x^2} dx.$$

6. Найти в виде ряда решение задачи Коши. Определить область сходимости полученного ряда:

$$y' + 2xy = -2x^3, \quad y(0) = 2.$$

7. Найти в виде ряда решение задачи Коши. Выписать не менее пяти первых отличных от нуля членов этого ряда:

$$y' = 2xy + x, \quad y(0) = 0.$$

*15.Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию методов теории функций комплексных переменных*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию методов теории функций комплексных переменных

1. Решите квадратное уравнение. Проверьте теорему Виета.

а)  $x^2 - 4x + 5 = 0$ ; б)  $x^2 - (3 + 4i)x - 1 + 5i = 0$

2. Решите систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} (1+i)x + (2+i)y = 3+6i \\ (3-2i)x + (1+3i)y = 4+8i \end{cases}$$

3. Восстановить аналитическую функцию  $f(z) = u + iv$  по следующим данным

$u = x^3 - 3xy$ ,  $f(0) = 1$

4. Вычислить значение производной функции  $w = (iz + 2)^3$  в указанной точке  $z_0 = 1 - i$

5. Разложить в степенной ряд функцию  $f(z) = \frac{2z+1}{z^2+z-2}$  в указанном кольце  $1 < |z| < 2$

6. Исследовать особые точки функции и найти в них вычеты:

$$f(z) = \frac{e^z}{1+z^2}.$$

7. Вычислить интеграл:  $\oint_{|z-1-i|=2} \frac{dz}{(z-1)^2(z^2+1)}.$

8. Вычислить несобственный интеграл, используя вычеты:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 - 6x + 10} dx.$$

9. Найти аналитическую функцию  $f(z) = u + iv$  по следующим данным:  $u = 2e^x \cos y$ ,  $f(0) = 2$ .

10. Разложить функцию в ряд Лорана:  $\frac{1}{z^2+z}$ ,  $|z| > 1$

16. Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию теории вероятностей и

*статистики при анализе экспериментальных данных*

| Компетенция                                                                                                                                                                                                                            | Индикатор достижения компетенции                                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен ставить и решать инженерные и научно-технические задачи в сфере своей профессиональной деятельности и новых междисциплинарных направлений с использованием естественнонаучных, математических и технологических моделей | ОПК-1.2 Применяет математические методы и модели для решения задач |

**Компетенция** ОПК-1 Способен использовать фундаментальные законы природы и основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-1.1 Способен использовать фундаментальные законы природы при решении задач

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные знания при решении практических задач

**Компетенция** ОПК-2 Способен применять методы математического анализа, моделирования, оптимизации и статистики для решения задач, возникающих в ход профессиональной деятельности

**Индикаторы**

ОПК-2.1 Применяет методы математического и статистического анализа для решения задач

ОПК-2.2 Способен применять методы моделирования и оптимизации при решении профессиональных задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию теории вероятностей и статистики при анализе экспериментальных данных

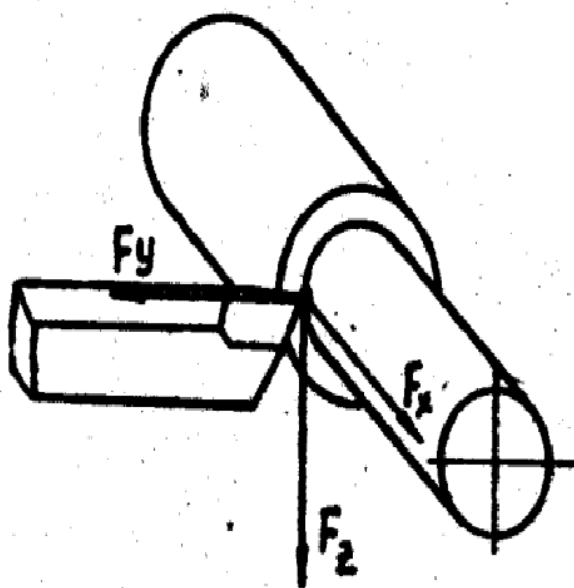
1. Сырьё, поступающее на завод из ближайшего карьера, содержит два полезных компонента – минерал А и Б. При этом в партиях сырья с повышенным содержанием А обычно обнаруживается и более высокое содержание Б, так что имеются основания ожидать, что эти величины находятся в связи друг с другом.

Проведите анализ 10 проб сырья, поступившего в разное время из разных мест карьера, и найдите коэффициент корреляции.

| Номер образца | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
|---------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| А             | 67 | 54 | 36 | 27 | 42 | 63 | 57 | 39 | 46 | 23 |
| Б             | 47 | 24 | 17 | 19 | 39 | 48 | 32 | 13 | 33 | 16 |

2. Производится измерение без систематических ошибок диаметра вала. Случайная ошибка измерения  $X$  подчиняется нормальному закону распределения со средним квадратическим отклонением 20мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, по абсолютной величине не превосходящей 35 мм.
3. Применяя метод наименьших квадратов, найти эмпирическую зависимость составляющей силы резанья  $P_z$  при наружном точении от глубины резанья  $t$ . Обрабатываемый материал – конструкционная углеродистая сталь, инструмент – резец проходной с пластинкой твердого сплава Т15К6. Подача инструмента  $S=0.5$  мм/об; скорость резанья 130 м/мин. Схема обработки приведена на рисунке. Экспериментальные данные в таблице.

| $t, \text{мм}$  | 0,5  | 1    | 1,5  | 2    | 2,5  | 3     | 3,5   | 4     | 4,5   | 5     |
|-----------------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $P_z, \text{Н}$ | 2281 | 5242 | 6186 | 9745 | 8015 | 14650 | 12180 | 18650 | 18750 | 22810 |



4. Пусть двумерная случайная величина  $(X, Y)$  – генеральная совокупность, где  $X$  – вес (в килограммах), а  $Y$  – рост (в сантиметрах) случайно взятого человека. В качестве исходных данных студенту предлагается выборка  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  объёмом  $n = 50$  из генеральной совокупности  $(X, Y)$ .

Для статистической обработки этих данных в контрольной работе требуется выполнить следующее задание:

1. Для величин  $X$  и  $Y$  составить группированные ряды. Построить полигоны, гистограммы относительных частот.
2. Вычислить точечные оценки: выборочные средние  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ ; несмещённые выборочные средние квадратичные отклонения  $s_x$  и  $s_y$ .
3. Проверить гипотезы о нормальном законе распределения случайных величин  $X$  и  $Y$  при уровне значимости

$$\alpha = 0,05.$$

4. Найти доверительные интервалы для  $M(X)$ ,  $M(Y)$ ,  $D(X)$ ,  $D(Y)$  с доверительной вероятностью  $\gamma = 0,95$ .

5. Составить корреляционную таблицу. Вычислить выборочный коэффициент корреляции  $r_s$ .

6. Найти выборочные уравнения прямых линий регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$ . Построить графики этих прямых на одном рисунке с наблюдаемыми точками  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

| $X_i$ | $y_i$ | $x_i$ | $y_i$ | $x_i$ | $y_i$ | $x_i$ | $y_i$ | $x_i$ | $y_i$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 66,6  | 166   | 83,4  | 178   | 78,7  | 190   | 88,7  | 190   | 67,3  | 162   |
| 92,0  | 194   | 81,9  | 190   | 76,5  | 174   | 68,2  | 167   | 82,6  | 193   |
| 77,0  | 181   | 54,0  | 157   | 75,5  | 177   | 54,0  | 157   | 67,3  | 162   |
| 88,7  | 190   | 88,5  | 193   | 69,6  | 168   | 83,4  | 178   | 76,0  | 179   |
| 78,0  | 175   | 83,2  | 196   | 70,8  | 164   | 64,0  | 173   | 75,9  | 182   |
| 82,0  | 175   | 79,1  | 173   | 76,2  | 170   | 87,9  | 185   | 77,3  | 174   |
| 56,6  | 158   | 56,6  | 158   | 86,5  | 179   | 77,6  | 174   | 88,7  | 190   |
| 70,6  | 178   | 83,3  | 180   | 73,3  | 160   | 70,8  | 164   | 76,2  | 170   |
| 71,6  | 165   | 70,6  | 178   | 56,6  | 158   | 72,1  | 171   | 82,0  | 175   |
| 86,5  | 191   | 80,3  | 172   | 77,8  | 180   | 76,6  | 178   | 71,6  | 174   |

**4. Файл и/или БТЗ с полным комплектом оценочных материалов прилагается.**