ПРИЛОЖЕНИЕ А
ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Математика»

1. Перечень оценочных средств для компетенций, формируемых в результате освоения дисциплины

Код контролируемой компетенции	Способ оценивания	Оценочное средство
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	Экзамен	Комплект контролирующих материалов для экзамена

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции представлены в разделе «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций» рабочей программы дисциплины «Математика».

При оценивании сформированности компетенций по дисциплине «Математика» используется 100-балльная шкала.

Критерий	Оценка по 100-балльной шкале	Оценка по традиционной шкале
Студент освоил изучаемый материал (основной и дополнительный), системно и грамотно излагает его, осуществляет полное и правильное выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций, способен ответить на дополнительные вопросы.	75-100	*Отлично*
Студент освоил изучаемый материал, осуществляет выполнение заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций с непринципиальными ошибками.	50-74	*Хорошо*
Студент демонстрирует освоение только основного материала, при выполнении заданий в соответствии с индикаторами достижения компетенций допускает отдельные ошибки, не способен систематизировать материал и делать выводы.	25-49	*Удовлетворительно*
Студент не освоил основное содержание изучаемого материала, задания в соответствии с индикаторами достижения компетенций не выполнены или выполнены неверно.	<25	*Неудовлетворительно*

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки уровня достижения компетенций в соответствии с индикаторами

1.Кейс - задача №1

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1. Решить задачу, применяя соответствующий математический аппарат методов и алгоритмов линейной алгебры:
   Предприятие производит детали трёх видов - A, B, C и использует для этого сырьё трёх типов - E, F, S. Нормы затраты сырья на одну деталь и объём расхода сырья за один день заданы в таблице

Норма расхода каждого из них на производство единицы, усл.ед	Виды сырья		
	E	F	S
A	6	4	3
B	4	3	1
Д	5	2	3
Расходы сырья на один день, усл. ед.	2500	1700	1200

Применяя методы моделирования и оптимизации, составить **математическую модель** для нахождения ежедневного выпуска количества каждого вида деталей.
Найти ежедневный объём выпуска деталей A, B, Д.
Стоимость единицы сырья каждого типа задана матрицей - строкой Д= (25 15 10).
Найти стоимость сырья на производство всех деталей вида A (в рублях).

2.Кейс - задача №2

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1. Вычислить определители приведением их методом Гаусса к треугольному виду

$$а.\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \\ 3 & 12 & 15 \end{vmatrix} \qquad б.\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Используя методы вычисления определителей, решить систему линейных уравнений по правилу Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9. \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

3.Кейс - задача №3

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1. Применяя методы линейной алгебры и свойства матриц, выполнить умножение матриц:

$$а.\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & -1 \\ -2 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 6 & -4 & -8 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad б.\begin{pmatrix} 8 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Применяя методы линейной алгебры, решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$$

3. Найти ранг матрицы методом Гаусса, используя методы линейной алгебры и элементарные преобразования матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решить методом Гаусса системы уравнений:

$$а.\begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3+2x_4-x_5=6, \\ 3x_1+x_2-8x_3+3x_4+2x_5=15, \\ x_1+2x_2+2x_3+x_4+6x_5=2 \end{cases}$$

$$б.\begin{cases} 3x_1-2x_2-5x_3+x_4=3, \\ 2x_1-3x_2+x_3+5x_4=-3, \\ x_1+2x_2-4x_4=-3, \\ x_1-x_2-4x_3+9x_4=22 \end{cases}$$

$$в.\begin{cases} 2x_1+3x_2+5x_3+6x_4=0, \\ 3x_1+4x_2+6x_3+7x_4=0, \\ 3x_1+x_2+x_3+x_4=0 \end{cases}$$

4.Кейс - задача №4

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1. Используя формулы векторной алгебры, найти длину вектора $\overline{AB}$, если A(-1; 3;-8.), B(3; 1; -5) и его направляющие косинусы.
2. Используя определение скалярного произведения векторов, найти $\bar{a} \cdot \overline{AB}$, если $|\bar{a}| = 3$, $A(-1,3,4)$, $B(0,1,2)$, а угол между векторами равен 60^0.
3. Используя признак коллинеарности, найти при каких значениях x, y векторы $\bar{a} = (x,-3,9)$, $\bar{b} = (2,y,-3)$ коллинеарны?
4. Вычислить работу силы $\bar{F} = 2\bar{a} - \bar{b}$ на пути $\bar{S} = -3\bar{a} - \bar{b}$, если $|\bar{a}| = 1$, $|\bar{b}| = 2$ и угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ равен $\pi/6$.

5.Кейс - задача №5

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1. Дано: $\vec{a} = \vec{\rho} + 2\vec{q}, \vec{в} = 3\vec{\rho} - \vec{q}, |\vec{\rho}| = 1, |\vec{q}| = 2, \angle(\vec{\rho}, \vec{q}) = \frac{\pi}{6}, \alpha = \frac{1}{3}$. Применяя основные понятия, определения и формулы векторной алгебры при решении практических задач на плоскости, используя геометрический смысл, найти:
   а) скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{в}$;
   б) модуль векторного произведения $\bar{a} \times \bar{в}$;
   в) работу, совершаемую силой $\bar{a}$ на пути $\alpha\bar{в}$;
   г) проекцию вектора $\bar{a}$ на вектор $\bar{в}$;
   д) площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{в}$, если начало вектора $\bar{в}$ помещено в конец вектора $\bar{a}$.

2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1(1,3,6), A_2(2,2,1), A_3(-1,0,1), A_4(-4,6,-3)$.

   Применяя основные понятия, определения и формулы векторной алгебры при решении практических задач в трехмерном пространстве, используя геометрический смысл, найти:
   а) $\cos\angle(\overline{A_1A_2}, \overline{A_1A_3})$;
   б) площадь грани $A_1A_2A_3$;
   в) $np_{\overline{A_1A_4}}\overline{A_1A_3}$;
   г) $\overline{A_1A_4} \cdot \overline{A_2A_3}$;
   д) объем пирамиды.

6.Кейс - задача №6

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1 Используя фундаментальные законы физики при решении задач, применяя формулы и методы векторной алгебры при решении практических задач, найти:
а) работу заданной силы $\overline{F}$ по перемещению тела из точки А в точку В;
б) модуль момента силы $\overline{F}$, приложенной в точке А, относительно точки В.
если $\vec{F}\{-1,2,3\}, A(2,-1,3), B(0,-3,2)$.

2. Вычислить работу силы $\overline{F}=2\overline{a}-\overline{b}$ на пути $\overline{S}=-3\overline{a}-\overline{b}$, если $|\overline{a}|=1$, $|\overline{b}|=2$ и угол между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$ равен $\pi/6$.

3. Записать в декартовой системе уравнения линий, ограничивающих осевое сечение кольца подшипника, изображенного на рисунке.

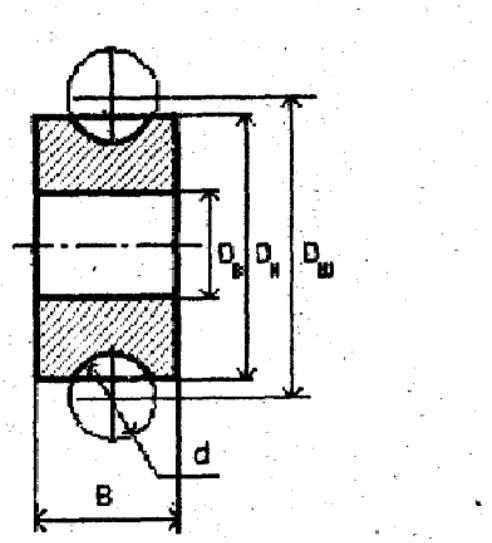


Рис. 2.1. Кольцо подшипника

7.Кейс - задача №7

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1. Применяя формулы аналитической геометрии на плоскости, написать уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^2 - 4$ в точке $M(1, -3)$.
2. Применяя тождественные преобразования и знания по аналитической геометрии, привести общее уравнение кривой второго порядка $2x^2 - 4x + y^2 - 2 = 0$ к каноническому виду. Сделать чертеж.
3. Даны вершины треугольника: **A(2; 1), B(–1;3), C(4;5);** $\lambda = 2$, найти, применяя формулы аналитической геометрии на плоскости:
   1) уравнение стороны **AB**;
   2) угол **A** в градусах с точностью до градуса;
   3) уравнение высоты, проведенной из точки **B**($\mathbf{h_B}$);
   4) длину высоты $\mathbf{h_B}$;
   5) уравнение медианы, проведенной из точки **C**($\mathbf{m_c}$);
   6) точку пересечения высоты $\mathbf{h_B}$ и медианы $\mathbf{m_c}$;
   7) найти координаты точки **M,** которая делит отрезок **BC** в отношении λ ;
   8) через точку **C** провести прямую, параллельную высоте $\mathbf{h_B}$.

8.Кейс - задача №8

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(-3; 4; -7), B(1; 5; -4), C(-5; -2; -14), D(-12; 7; -1). Применяя тождественные преобразования, знания и формулы по аналитической геометрии в пространстве, найти :
   1) уравнения ребра AD;
   2) уравнение грани ABC;
   3) проекцию вершины D на грань ABC;
   4) длину высоты, опущенной из вершины D на грань ABC;
   5) угол между ребром AD и гранью ABC с точностью до 1°;
   6) острый угол между гранями ABC и BCD с точностью до 1°;
   7) уравнения прямой, параллельной ребру DB и проходящей через вершину A;
   8) уравнение плоскости, параллельной ребрам AD и AC и проходящей через вершину B;
   9) уравнение плоскости, перпендикулярной ребру AD и проходящей через вершину D;
   10) уравнения прямой, параллельной граням ADC и BCA, проходящей через вершину B.

9.Кейс - задача №9

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

1. Применяя тождественные преобразования и знания по аналитической геометрии, привести общее уравнение кривой второго порядка $2x^2 - 4x + y^2 - 2 = 0$ к каноническому виду. Сделать чертеж.
2. Составить канонические уравнения: а) эллипса; б)гиперболы; в) параболы. Где A, B - точки, лежащие на кривой, F - фокус, a - большая (действительная) полуось, b - малая (мнимая) полуось, ε - эксцентриситет, y = ± kx - уравнения асимптот гиперболы, D - директриса кривой, 2c -фокусное расстояние.
a) b = 15, F(–10;0); b) a = 13, ε = 14 / 13; c) D : x = –4.

3. Записать уравнение окружности, проходящей через вершины гиперболы $12x^2 - 13y^2 = 156$ и имеющей центр в точке A(0 ; -2).

4. Уравнение линии второго порядка привести к каноническому виду. Определить тип кривой, сделать чертеж:

a) $9x^2 + 4y^2 - 72x - 8y + 112 = 0$
b) $x^2 - 6x + 4y + 9 = 0$.

5. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое ближе к точке A, чем к точке B: A(1; 0), B(-2; 0).

10.Кейс - задача №10

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности

Индикаторы

ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к вычислению пределов и исследованию функций на непрерывность.

1. Вычислить пределы числовых последовательностей

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)^3+(3n+2)^3}{(2n+3)^3-(n-7)^3}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^2-\sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6+n^3+1}-5n}$

2) $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n^3+8}\left(\sqrt{n^3+2}-\sqrt{n^3-1}\right)$

4) $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\ln(n+3)-\ln n\right)$

2. Вычислить предел функции

1) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-3x-2}{\left(x^2-x-2\right)^2}$

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-7}{2x^2+9}$

3) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\boldsymbol{x^3-8}}{\boldsymbol{x^2+x-6}}.$

4) $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{\boldsymbol{4x^2+19x-5}}{\boldsymbol{2x^2+11x+5}}.$

5) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\boldsymbol{4x^2+5x-7}}{\boldsymbol{2x^2-x+10}}$

6) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\boldsymbol{2x^2+5x+7}}{\boldsymbol{3x^4-2x^2+x}}.$

7) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\boldsymbol{7x^5+6x^4-x^3}}{\boldsymbol{2x^2+6x+1}}.$

8) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^3-6x^2+7x+5}{8-4x+3x^2-2x^3+x^4}$

3. Доказать что функция $y=3x^2-2$ непрерывная в точке $x_0=3$

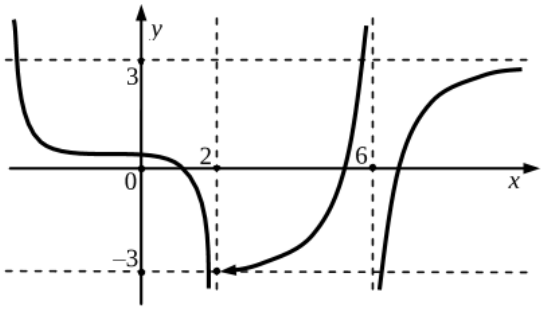
4. Найти точки разрыва, указать характер разрыва и построить схематически график функции

$$y=\frac{x}{x^2-4}$$

5. Решить задачу на составление аналитической функции.

Бревно длиной ***20*** м имеет форму усечённого конуса, диаметры оснований которого равны соответственно ***2*** м и ***1*** м. Требуется вырубить из бревна балку с квадратным поперечным сечением, ось которой совпала бы с осью бревна. Выразить объём балки как функцию высоты балки.

6. По эскизу графика описать поведение функции на языке пределов в точках $x=2$ и $x=6$ и при стремлении аргумента функции к $\pm\infty$.



7. Построить график функции $y = f(x)$, если известно, что

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty, \qquad \lim_{x\to-3-0} f(x) = 2, \qquad \lim_{x\to-3+0} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x\to2-0} f(x) = 5, \qquad \lim_{x\to2+0} f(x) = +\infty, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = 4.$$

Дать каждому из пределов определение по Коши .

11.Кейс - задача №11

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к вычислению производных и исследованию функций.

1. По определению вычислить производную функции в точке x_0:
   а) $y = x$; б) $y = \sin(3x+1)$.

2. Найти производные функций:
   д) $y = x \cdot \ln x \cdot \sin x$; е) $y = bx^2 - \frac{\sin x}{3b}$; ж) $y = \frac{5b}{b \cdot 3^x + \sin x}$; з) $y = \left(\sqrt[3]{x^2} + x \cdot \sqrt[5]{x}\right) \cdot \log_2 x$

3. Найти производную функции $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$ в точках $x_1 = 2; x_2 = 0; x_3 = -3$.

4. Вычислить производную сложной функции:
   а) $y = \sqrt[4]{\left(x^2+3x\right)^3} - \sqrt[5]{(6x-1)^2}$; б) $y = \sqrt[6]{\frac{b-\arcsin x}{b+\arccos x}}$; в) $y = \left(a^3 - x^3\right)^2 \cdot \sin^2 3ax$;

5. Логарифмическое дифференцирование:
   а) $y = x^{2^{3x}}$; б) $y = x^{e^{\cos x}}$; в) $y = (a-x)(x+b)\left(x^2 - c^2\right)$.

6. Найти производную функций, заданных неявно:
   а) $\frac{x}{y} + \frac{2y}{x} = a$; б) $ye^y = e^{x+1}$; в) $xy + \arcsin(x+y) = 0$.

7. Найти производные функций, заданных параметрически:
   а) $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t + t^3 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x = \ln\left(3 - t^2\right) \\ y = e^{1-t} \end{cases}$; в) $\begin{cases} x = \cos\frac{1}{t+1} \\ y = \sin\sqrt{1-t} \end{cases}$.

8. Найти производные второго порядка заданных функций:
   а) $y = e^{-x} + \ln\frac{1}{x}$; б) $xy^2 + x^2 y = a^3$; в) $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = 2\sec^2 t \end{cases}$.

9. Записать уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 7x + 3$ в точке с абсциссой x = 1.

10. Траектория движения тела – кубическая парабола $12\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}^3$. В каких ее точках скорости возрастания абсциссы и ординаты одинаковы?

12.Кейс - задача №12

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений дифференциального исчисления функций одной переменной с применением фундаментальных и естественнонаучных знаний.

Вычислить пределы, используя правило Лопиталя:

1. $\lim\limits_{x\to \pi/4} \dfrac{tgx-1}{\sin 4x}$; 2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\cos ax}{\ln\cos bx}$; 3. $\lim\limits_{x\to 0+0} x^{tgx}$;

Исследовать и построить графики функций:

4. $y = 3\sqrt[3]{x} - x$; 5. $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$;

6. Для функции $y = 3\sqrt[3]{x} - x$ проверить выполнение условий теоремы Лагранжа на отрезке $[-1;1]$; вычислить радиус кривизны в точке минимума.

7. Найти наибольшее значение функции $y = \sin 2x + x$ на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$.

8. Груз весом $\vec{P}$, лежащий на горизонтальной поверхности, должен быть сдвинут приложенной к нему силой $\vec{F}$. Сила трения пропорциональна силе, прижимающей тело к плоскости, и направлена против сдвигающей силы. Коэффициент пропорциональности (коэффициент трения) равен k.

Под каким углом φ к горизонтали надо приложить силу $\vec{F}$, чтобы величина оказалась наименьшей? $\left(\vec{F}_P = -\vec{F}_{TP}\right)$

13.Кейс - задача №13

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к исследованию функций на оптимальное решение с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1. Груз весом $\vec{P}$, лежащий на горизонтальной поверхности, должен быть сдвинут приложенной к нему силой $\vec{F}$. Сила трения пропорциональна силе, прижимающей тело к плоскости, и направлена против сдвигающей силы. Коэффициент пропорциональности (коэффициент трения) равен k.
2. На прямолинейном отрезке AB = a, соединяющем два источника света A (силы p) и B (силы q), найти точку M, освещенную слабее всего (освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света и прямо пропорциональна силе источника света).
3. Требуется построить пятистенку с наибольшей полезной площадью. При этом известно, что сумма длин стен этой пятистенки должна равняться A метрам. Каковы должны быть длины стен (размеры комнат)?
4. Требуется изготовить открытый сверху цилиндрический сосуд заданного объема V. Определить радиус и высоту сосуда так, чтобы его поверхность была наименьшей.
5. Найти соотношение между радиусом R и высотой H цилиндра, имеющего при данном объеме V наименьшую полную поверхность.
6. Из деревянного шара радиуса R требуется вырезать цилиндр наибольшего объема. Найти размеры цилиндра.
7. Требуется сделать жестяное корыто, имеющее форму прямого кругового цилиндра, разрезанного вдоль оси симметрии. Каковы должны быть размеры этого корыта, чтобы при одном и том же количестве материала вместимость его была наименьшей?
8. Какими должны быть размеры кастрюли без крышки, чтобы при одном и том же количестве материала, затраченного на ее изготовление, она имела наибольшую вместимость?
9. Пункт B находится на расстоянии 60 км от железной дороги. Расстояние по железной дороге от пункта A до ближайшей к пункту B точки C составляет 285 км. На каком расстоянии от точки C надо построить станцию, чтобы затратить наименьшее время на передвижение между пунктами A и B, если скорость движения по шоссе равна 20 км/ч, а по железной дороге – 52 км/ч.
10. Груз весом $\vec{P}$, лежащий на горизонтальной поверхности, должен быть сдвинут приложенной к нему силой $\vec{F}$. Сила трения пропорциональна силе, прижимающей тело к плоскости, и направлена против сдвигающей силы. Коэффициент пропорциональности (коэффициент трения) равен k.

14.Кейс - задача №14

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию интегрального исчисления функций, вычислению и приложению интегралов.

Вычислить интегралы:

$1.\int \frac{x+(\arccos 3x)^2}{\sqrt{1-9x^2}}dx,\ 2.\int \frac{8x-1}{\sqrt{5+2x-x^2}}dx,\ 3.\int \frac{x^2dx}{1-x^4},$

$4.\int \frac{x^2}{9-x^4}dx,\ 5.\int \frac{\cos x}{1+\sin x}dx,\ 6\int (x^2+1)3^x dx.$

1. $\int_0^1 9\sqrt{1+3t}dt$; 2. $\int_0^{\pi/2} \sin^3 2xdx$; 3. $\int_0^1 xe^{-x}dx$; 4. $\int_0^4 x^2\sqrt{16-x^2}dx$; 5. $\int_{-1/2}^{1/2} \frac{16dx}{4x^2+4x+5}$.

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$r=\sqrt{3}\cos\varphi,\ r=\sin\varphi, 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2}$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x=5(t-\sin t) \\ y=5(1-\cos t) \end{cases} \quad 0\le t\le\pi.$$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $2x-x^2-y=0,\ 2x^2-4x+y=0$ вокруг оси OX.

15.Кейс - задача №15

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию интегрального исчисления функций и его приложений с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

Вычислить интегралы:

$$1\ \int_0^{9,5}\frac{4dx}{\sqrt[3]{8+2x}};\quad 2\ \int_0^{\pi/4}\cos^3 4x dx;\quad 3\ \int_0^1 e^{\sqrt{x}}dx;\quad 4\ \int_0^1\frac{6x^2}{\sqrt{4-x^2}}dx;\quad 5\ \int_2^{3,5}\frac{6dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}.$$

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y=(x-2)^3,\ y=4x-8$$

7. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y=\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2}, 1\le x\le 2.$

8. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y=-x^2+5x-6,\ y=0$ вокруг оси OX.

9.

При отстаивании суспензий имеет место медленное осаждение твердых частиц под действием силы тяжести, причем вначале происходит свободное падение частиц. Требуется найти закон движения частицы, оседающей в жидкости без начальной скорости.

16.Кейс - задача №16

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к составлению и решению дифференциальных уравнений первого порядка и допускающих понижение порядка с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1) Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:
   a) $e^{x+3y}dy = xdx$; b) $(xy + x^3y)y' = 1 + y^2$; c) $y - xy' = x \cdot \sec\frac{y}{x}$.

2) Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения:
   $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0$.

3) Найти общее решение дифференциального уравнения:
   $y' + y = x \cdot \sqrt{y}$.

4) Найти частное решение дифференциального уравнения и вычислить значение полученной функции $y = \varphi(x)$ при $x = x_0$ с точностью до двух знаков после запятой.
   $y''' = \sin x, \quad x_0 = \pi/2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0$.

5) Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:
   $(1 - x^2)y'' - xy = 2$.

6) Решить задачу Коши для дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка:
   $y'' = y'e^y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$.

7) Проинтегрировать следующее уравнение:
   $\frac{1}{x}dy - \frac{y}{x^2}dx = 0$.

8) Записать уравнение кривой, проходящей через точку A(0, 2), если известно, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке равняется ординате этой точки, увеличенной в k=3 раз.

17.Кейс - задача №17

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к составлению и решению дифференциальных уравнений высших порядков с использованием фундаментальных и естественнонаучных знаний.

1) Найти общее решение дифференциального уравнения:
   a) $y''+4y=0$; b) $y''-10y'+25y=0$; c) $y''+3y'+2y=0$.

2) $y''+y'=2x-1$.

3) $y''-8y'+17y=10e^{2x}$.

4) Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее данным начальным условиям: $y''-2y'+y=-12\cos 2x-9\sin 2x,\quad y(0)=-2,\quad y'(0)=0$.

5) Определить и записать структуру частного решения y^* линейного дифференциального уравнения по виду функции $f(x)$:
   $2y''-7y'+3y=f(x)$; $a)\ f(x)=(2x+1)e^{3x}$; $b)\ f(x)=\cos 3x$.

6) Найти частное решение линейного однородного дифференциального уравнения:
   $y'''-7y''+6y'=0,\quad y(0)=0,\quad y'(0)=0,\quad y''(0)=30$.

7) Решить систему дифференциальных уравнений двумя способами: а) сведением к дифференциальному уравнению высшего порядка; б) с помощью характеристического уравнения:
   $$\begin{cases} x'=2x+y \\ y'=3x+4y \end{cases}.$$

8) Решить дифференциальное уравнение методом вариации произвольных постоянных:
   $$y''-y=\frac{e^x}{e^x+1}$$

9) Записать уравнения кривых, обладающих следующим свойством: площадь треугольника, образованного касательной к кривой, перпендикуляром, опущенным из точки касания на ось абсцисс, и осью абсцисс, есть величина постоянная, равная b^2.

18.Кейс - задача №18

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию приложений функциональных рядов и фундаментальных и естественнонаучных знаний

1. В группе 12 юношей и 8 девушек. По журналу наудачу отобрано 5 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов ровно 3 девушек.
2. В партии из 6 деталей имеется 4 стандартных. Наудачу взяли 3 детали. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей хотя бы одна нестандартная.
3. Станок состоит из 3 независимо работающих деталей. Вероятность отказа деталей соответственно равна 0,1; 0,2; 0,15. Найти вероятность поломки станка, если для этого достаточно отказа хотя бы одной детали.
4. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,5, а для второго – 0,6. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков.
5. В ящике 6 приборов, из которых 4 работающих. Наудачу взяли 3 штуки. Найти вероятность того, что все взятые приборы окажутся работающими.
6. В первой урне 4 белых и 1 черных, во второй урне 2 белых и 5 черных шаров. Из первой во вторую переложили 2 шара, затем из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность того, что выбранный из второй урны шар – черный.
7. В ящике содержится 5 деталей, изготовленных на заводе №1, 4 деталей – на заводе №2 и 3-деталей – на заводе №3. Вероятность того, что деталь изготовленная на заводе №1 отличного качества равна 0,8 заводе №2 – 0,9 на заводе №3 – 0,7. Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.
8. Имеется три партии изделий по 25 изделий в каждой. Число стандартных изделий соответственно равно 20, 21, 22. Из наудачу выбранной партии наудачу извлечено изделие, оказавшееся стандартным. Найти вероятность того, что оно было извлечено из 1 партии.
9. Два автомата производят детали. Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Первый автомат производит 80% деталей отличного качества, а второй – 90%. Наудачу взятая деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена 1 заводом.
10. Монету бросают 9 раз. Найти вероятность того, что “герб” выпадет:а) менее 4 раз; б) не менее 4 раз.
11. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, что среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков.
12. Вероятность появления события в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие появится: а) не менее 75 раз и не более 90 раз; б) не менее 90 раз.
13. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

Xi	-1	0	2	4
P_i	0,1	0,2	0,2	0,5

а) построить многоугольник распределения и найти функцию распределения F(x);
б) найти M(x), Д(x), (x).
14. Задана плотность распределения f(x) непрерывной случайной величины X.

$$f(x)=\begin{cases} Ax^2, x \in [0;1] \\ 0, x \notin [0;1] \end{cases}$$

а) найти A и функцию распределения F(x);
б) найти M(x), Д(x), $\sigma(x)$

19.Кейс - задача №19

Компетенция	Индикатор достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Компетенция ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности
Индикаторы
ОПК-1.1 Применяет методы математического анализа при решении задач

Применение основных понятий, определений и методов математического анализа, моделирования, оптимизации, физики для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности, приводящих к использованию теории вероятностей и статистики при анализе экспериментальных данных

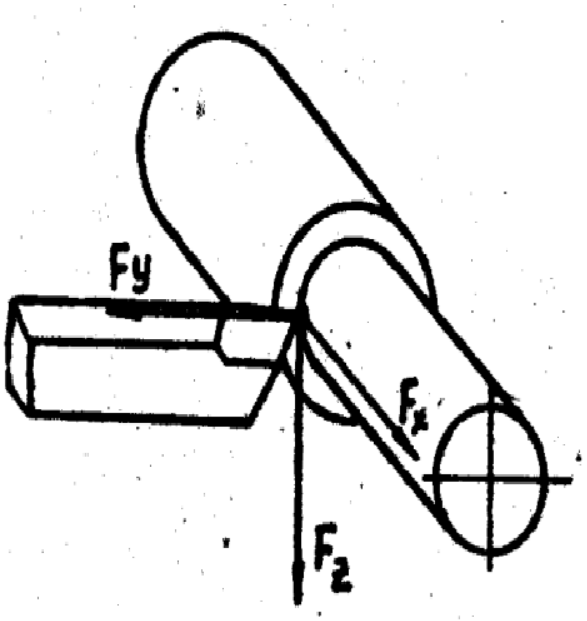
1. Сырьё, поступающее на завод из ближайшего карьера, содержит два полезных компонента – минерал А и Б. При этом в партиях сырья с повышенным содержанием А обычно обнаруживается и более высокое содержание Б, так что имеются основания ожидать, что эти величины находятся в связи друг с другом.

Проведите анализ 10 проб сырья, поступившего в разное время из разных мест карьера, и найдите коэффициент корреляции.

Номер образца	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
А	67	54	36	27	42	63	57	39	46	23
Б	47	24	17	19	39	48	32	13	33	16

2. Производится измерение без систематических ошибок диаметра вала. Случайная ошибка измерения X подчиняется нормальному закону распределения со средним квадратическим отклонением 20мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, по абсолютной величине не превосходящей 35 мм.
3. Применяя метод наименьших квадратов, найти эмпирическую зависимость составляющей силы резанья Pz при наружном точении от глубины резанья t. Обрабатываемый материал – конструкционная углеродистая сталь, инструмент – резец проходной с пластинкой твердого сплава Т15К6. Подача инструмента S=0.5 мм/об; скорость резанья 130 м/мин. Схема обработки приведена на рисунке. Экспериментальные данные в таблице.

t,мм	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Pz,H	2281	5242	6186	9745	8015	14650	12180	18650	18750	22810



4. Пусть двумерная случайная величина (***X***,***Y***)– генеральная совокупность, где ***X***– вес (в килограммах), а ***Y*** – рост (в сантиметрах) случайно взятого человека. В качестве исходных данных студенту предлагается выборка (x_i, y_i), $i = 1, 2, ..., n$ объёмом $n = 50$ из генеральной совокупности (***X***,***Y***).

Для статистической обработки этих данных требуется выполнить следующее задание:

1. Для величин ***X***и***Y*** составить группированные ряды. Построить полигоны, гистограммы относительных частот.

2. Вычислить точечные оценки: выборочные средние $\bar{x}$ и $\bar{y}$; несмещённые выборочные средние квадратичные отклонения s_x и s_y.

3. Проверить гипотезы о нормальном законе распределения случайных величин ***X***и***Y*** при уровне значимости

$\alpha = 0,05$.

4. Найти доверительные интервалы для ***M***(***X***), ***M***(***Y***), ***D***(***X***), ***D***(***Y***) с доверительной вероятностью $\gamma = 0,95$.

5. Составить корреляционную таблицу. Вычислить выборочный коэффициент корреляции $r_в$.

6. Найти выборочные уравнения прямых линий регрессии ***Y***на ***X*** и ***X*** на ***Y***. Построить графики этих прямых на одном рисунке с наблюдаемыми точками (x_i,y_i),$i = 1, ..., n$.

x_I	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i	x_i	y_i
66,6	166	83,4	178	78,7	190	88,7	190	67,3	162
92,0	194	81,9	190	76,5	174	68,2	167	82,6	193
77,0	181	54,0	157	75,5	177	54,0	157	67,3	162
88,7	190	88,5	193	69,6	168	83,4	178	76,0	179
78,0	175	83,2	196	70,8	164	64,0	173	75,9	182
82,0	175	79,1	173	76,2	170	87,9	185	77,3	174
56,6	158	56,6	158	86,5	179	77,6	174	88,7	190
70,6	178	83,3	180	73,3	160	70,8	164	76,2	170
71,6	165	70,6	178	56,6	158	72,1	171	82,0	175
86,5	191	80,3	172	77,8	180	76,6	178	71,6	174

4. Файл и/или БТЗ с полным комплектом оценочных материалов прилагается.